

گذرنظر

435

A

435A

محل امضای:

نام: نام خانوادگی:

عصر جمعه
۹۶/۲/۸



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد فاپیوسته داخل - سال ۱۳۹۶

آمار - گذرنظر

مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

تعداد سوال: ۱۳۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	تا شماره	از شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
۲	دروس بایه (ربابیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال)	۴۵	۲۱	۷۵
۳	دروس تخصصی (احتمال، آمار ریاضی، نمونهگیری و رگرسیون)	۶۰	۷۶	۱۳۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

PART A: Vocabulary

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 1- Working on the assembly line was ----- work because I did the same thing hour after hour.
1) efficacious 2) monotonous 3) momentous 4) erroneous
- 2- People are guilty of ----- when they make judgments before they know all of the facts.
1) illusion 2) arrogance 3) avarice 4) prejudice
- 3- Justin ----- himself from the embarrassing situation by pretending he had to make a telephone call.
1) extricated 2) extracted 3) exposed 4) expelled
- 4- He was accused of manipulating the financial records to cover his -----.
1) suspicion 2) scrutiny 3) fraud 4) paradox
- 5- Since the jungle was -----, we had to find an alternate route to the village.
1) permanent 2) vulnerable 3) redundant 4) impenetrable
- 6- Management refused to ----- the union's demands, so a strike costly to both sides occurred.
1) capitulate to 2) withdraw from 3) impose on 4) grump about
- 7- We had nothing in common, but despite our ----- backgrounds and interests, my new roommate and I became good friends by the end of the semester.
1) comprehensive 2) conscious 3) heterogeneous 4) haphazard
- 8- Megan's foreboding about going to class turned out to be ----- as the instructor gave a surprise test for which she was completely unprepared.
1) qualified 2) justified 3) perplexed 4) wholehearted
- 9- If she had known how much of an ----- her student debt would be, she would have found a different way to finance her education.
1) application 2) encumbrance 3) immunity 4) optimism
- 10- The mechanic examined the engine carefully but said he was not able to ----- the cause of the problem.
1) pinpoint 2) derive 3) acquire 4) escalate

PART B: Cloze Passage

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

Horticulture has a very long history. The study and science of horticulture dates all the way back to the times of Cyrus the Great of ancient Persia, and has been going on (11) -----, with present-day horticulturists such as Freeman S. Howlett and Luther Burbank. The practice of horticulture can be retraced for (12) -----. The cultivation of taro and yam in Papua New Guinea dates back (13) ----- at least 6950–6440 cal BP. The origins of horticulture (14) ----- in the transition of human communities from nomadic hunter-gatherers to sedentary or semi-sedentary

horticultural communities, (15) ----- a variety of crops on a small scale around their dwellings or in specialized plots visited occasionally during migrations from one area to the next.

- | | | | | |
|-----|----------------------------|---------------|----------------------------|-----------------|
| 11- | 1) ever since | 2) yet | 3) that far | 4) still |
| 12- | 1) many thousands years | | 2) many thousands of years | |
| | 3) years of many thousands | | 4) many years of thousands | |
| 13- | 1) from | 2) for | 3) in | 4) to |
| 14- | 1) are laid | 2) lay | 3) lie | 4) are lying |
| 15- | 1) cultivating | 2) cultivated | 3) that cultivated | 4) to cultivate |

PART C: Reading Comprehension:

Directions: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

PASSAGE 1:

Constructing Means

In the classroom, the student is confronted with several notions of mean, and thus a pertinent question that an attentive student could pose is: “The word mean appears in all these concepts, so what is actually a mean?”

In this short article, I revisit Kolmogorov’s axiomatic view of the mean, which unifies all these concepts of mean, among others. While Kolmogorov’s axioms of probability are widely known (DeGroot and Schervish 2011, sec. 1.5), it is perhaps less well known that in an often-forgotten note, Kolmogorov also proposed an axiomatic construction for what a unifying concept of mean should be (Kolmogorov 1930). Let $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ and let $\mathbf{1}$ denote a vector of ones. Formally, a “regular (type of) mean” (I follow the terminology of the English translation in Tikhomirov et al. (1991, p. 144).) is a map $M: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, which obeys the following axioms:

- A1. $M(\mathbf{x})$ is continuous and increasing in each variable.
- A2. $M(\mathbf{x})$ is a symmetric function.
- A3. $M(\mathbf{x1}_n) = \mathbf{x}$, that is, the mean of repeated data equals the repeated value.
- A4. The mean of the combined sample, \mathbf{x} , remains unchanged if a part of the sample is replaced by its corresponding mean, $m = M(x_1, \dots, x_{n_1})$.

- 16- The student is confronted with different notions of -----.
- | | | | |
|----------------|----------|------------|---------------|
| 1) probability | 2) means | 3) samples | 4) statistics |
|----------------|----------|------------|---------------|
- 17- Kolmogorov provided axioms in -----.
- | | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| 1) 1920 | 2) 1991 | 3) 1930 | 4) 1912 |
|---------|---------|---------|---------|
- 18- The word “pertinent” in line 2 means -----.
- | | | | |
|---------|---------|------------|------------|
| 1) head | 2) easy | 3) perfect | 4) related |
|---------|---------|------------|------------|
- 19- The function $M(\mathbf{x})$ for constructing means is -----.
- | | | | |
|--------|---------|--------------|------------|
| 1) odd | 2) even | 3) symmetric | 4) complex |
|--------|---------|--------------|------------|
- 20- What is well-known?
- | | |
|-----------------------|-------------------|
| 1) Probability axioms | 2) Mean axioms |
| 3) Law axioms | 4) Utility axioms |

PASSAGE 2:

Deviation

Deviation is a basic concept in probability and statistics. We shall use the word “deviation” to mean “absolute difference.” Thus, the deviation between two numbers a and b is $|a - b|$. Likewise, the deviation of each number a and b from their mid-point or their average $(a + b)/2$, is half the absolute difference between them, or $|a - b|/2$. Given $n > 2$ numbers, we seek to find a single measure of spread that combines all possible pairwise deviations in a suitable way. The most widespread notion of this combined deviation is the standard deviation (SD); and a distant second is the mean (absolute) deviation (MD). What exactly are these quantities? Why is the former so popular relative to the latter and among many other notions of deviations?

To answer these questions, we must first address another basic question: What quantity do we wish to measure the deviations from? Such a quantity is often a measure of center. Again, there are several choices for a measure of center—the most common ones are the mean (or arithmetic mean) and the median. Other choices for the measure of center (such as the mode or the geometric mean or the harmonic mean) may be more appropriate in certain special situations. But we would not consider them in this article. We emphasize that the interpretation of any particular choice of spread goes hand in hand with the corresponding choice of center from which such a spread is measured.

- 21- The deviation between 5 and -2 is _____.
1) 7 2) 3 3) -7 4) -3
- 22- How much is the deviation of each of a and b from their average?
1) $|a - b|$ 2) $|a - b|/2$ 3) $2|a - b|$ 4) $|a + b|$
- 23- Which is the most common measure for a center of data?
1) Mode 2) Median 3) Mean 4) Geometric mean
- 24- Any particular choice of spread depends on _____.
1) data 2) choice of center
3) size of data 4) kind of data
- 25- The phrase “widespread” in paragraph 1 means the _____.
1) common 2) deviated 3) largest 4) farthest

PASSAGE 3:

\bar{X} and S^2

We define sample mean $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ and sample variance $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ where

$\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ comprises a random sample from some population. It is well known that \bar{X} and S^2 are independent if the population is normally distributed. Now, naturally we can ask a question: Are \bar{X} and S^2 independent without the assumption of normality?

The answer to the above question is “No” according to the following theorem found in Lukacs (1942).

Theorem: *If the variance (or second moment) of a population distribution exists, then a necessary and sufficient condition for the normality of the population distribution is that \bar{X} and S^2 are mutually independent.*

Remark: That the normality is a necessary condition for the independence between \bar{X} and S^2 was first proved by Geary (1936) using a mathematical tool provided by R. A. Fisher, but the proof in Lukacs (1942) is easier to understand.

دروس پایه (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال):

- ۳۱ اگر z عددی مختلط و ناصرف باشد که $z + \frac{1}{z} = 2\cos\alpha$ ، آنگاه z^n کدام است؟

$$\gamma \cos^n \alpha \text{ (1)}$$

$$v_n \cos \alpha \quad (\text{r})$$

$$\gamma^n \cos \alpha (\tau)$$

$$\gamma \cos(n\alpha) \neq$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \text{ آنگاه } , a_n = \frac{\Gamma(n+\frac{1}{r})}{\Gamma(n)} \cdot \frac{1}{\sqrt[n]{n}} \quad (n \in \mathbb{N}) \quad \text{نمودار} - ۳۲$$

◦(1)

1 (5)

e 10

80 (f)

$$- ۳۳ - \text{ مقدار } \lim_{x \rightarrow +\infty} (3^x + 3^{-x})^{\frac{1}{x}} \text{ کدام است؟}$$

۷۰

6 (2)

9

10 (F)

۳۴- مقدار $\int_0^\infty e^{-x^r} dx$ کدام است؟

$$\frac{1}{r}\Gamma\left(\frac{1}{r}\right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{r}\Gamma\left(\frac{1}{r}\right) \quad (2)$$

$$2\Gamma\left(\frac{1}{r}\right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{r}\Gamma\left(\frac{1}{r}\right) \quad (4)$$

۳۵- طول منحنی تابع $f(x) = \int_0^x \sqrt{\cosh(t)} dt$ بر بازه $[0, 2]$ کدام است؟

$$\sqrt{r}\left(e - \frac{1}{e}\right) \quad (1)$$

$$r\left(e - \frac{1}{e}\right) \quad (2)$$

$$\sqrt{r}\left(e + \frac{1}{e}\right) \quad (3)$$

$$r\left(e + \frac{1}{e}\right) \quad (4)$$

۳۶- اگر معادله $e^x \cos(z+y) - xy - z^r = 0$ متغیر x را به صورت تابعی مشتق پذیر از دو متغیر مستقل y و z تعریف

$$\text{کند، مقدار } \left. \frac{\partial x}{\partial z} \right|_{y=-1, z=1} \text{ در نقطه متناظر با } \quad (1)$$

$$-1 \quad (1)$$

$$0 \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

$$2 \quad (4)$$

۳۷- صفحه مماس بر رویه S در نقطه دلخواه (a, b, c) واقع بر آن به صورت زیر است. اگر بدانیم رویه شامل نقطه $(1, 2, 3)$ است، معادله دکارتی رویه کدام است؟

$$(a+c)(x-a) - (b+c)(y-b) + (a-b)(z-c) = 0$$

$$x^r - y^r + 2xz - 2yz + 9 = 0 \quad (1)$$

$$x^r - y^r + xz - yz + 6 = 0 \quad (2)$$

$$rx^r - ry^r + rxz - yz + 6 = 0 \quad (3)$$

$$rx^r - ry^r + rxz - 2yz + 9 = 0 \quad (4)$$

- ۳۸ - مقدار انتگرال $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \sqrt{x^4 + 1} dx dy$ کدام است؟

(۱)

$$\frac{\sqrt{2}-1}{6}$$

$$\frac{\sqrt[4]{9}-1}{4}$$

$$\frac{2\sqrt{2}-1}{6}$$

- ۳۹ - اگر V ناحیه محدود به دو کره $x^4 + y^4 + z^4 = 4$ و $x^4 + y^4 + z^4 = 1$ و سطح خارجی ناحیه V و S باشد، شارگذرنده از سطح S توسط نیروی $\vec{F}(x,y,z) = (\delta x^4 + 12xy^4, y^4 + e^y \sin z, \delta z^4 + e^y \cos z)$

کدام است؟

$$371\pi$$

$$372\pi$$

$$373\pi$$

$$374\pi$$

- ۴۰ - نقیض گزاره زیر کدام است؟

A با زیرمجموعه‌ای از B هم عدد (هم‌توان) است ولی B با هیچ زیرمجموعه‌ای از A هم عدد نیست.

(۱) A با هیچ زیرمجموعه‌ای از B هم عدد نیست یا B با زیرمجموعه‌ای از A هم عدد است.

(۲) A با هیچ زیرمجموعه‌ای از B هم عدد نیست یا با هر زیرمجموعه A هم عدد است.

(۳) مجموعه‌ای وجود دارد که اگر زیرمجموعه B باشد آنگاه با A هم عدد است یا B با هر زیرمجموعه A هم عدد است.

(۴) زیرمجموعه‌ای از B وجود دارد که با A هم عدد نیست یا اینکه B با زیرمجموعه‌ای از A هم عدد است.

- ۴۱ - فرض کنید f رابطه دوتایی و F و G دو خاصیت باشند. کدام گزینه درست است؟

$$\forall x (F(x) \vee G(x)) \Rightarrow (\forall x F(x) \vee \forall x G(x)) \quad (۱)$$

$$(\forall x F(x) \Rightarrow \forall x G(x)) \Rightarrow \forall x (F(x) \Rightarrow G(x)) \quad (۲)$$

$$\forall x \exists y (x f y) \Rightarrow \exists y \forall x (x f y) \quad (۳)$$

$$\exists y \forall x (x f y) \Rightarrow \forall x \exists y (x f y) \quad (۴)$$

- ۴۲- ترتیب جدیدی به صورت زیر برای اعداد طبیعی \mathbb{N} تعریف می‌کنیم. کدام گزینه درست است؟

$$\dots, 2k+1, 2k-1, \dots, 5, 3, 1, 2, 4, 6, \dots, 2m, 2m+2, \dots$$

(۱) مجموعه اعداد زوج اینفیم ندارد.

(۲) مجموعه مضارب ۵ مینیمال دارد.

(۳) مجموعه اعداد فرد سوپریمال دارد ولی اینفیم ندارد.

(۴) هر زیرمجموعه \mathbb{N} با ترتیب فوق ماقسیمال و مینیمال دارد.

- ۴۳- فرض کنید $f_1 : A_1 \rightarrow B_1$ و $f_2 : A_2 \rightarrow B_2$ دو تابع باشند. تابع $f : A_1 \cup A_2 \rightarrow B_1 \cup B_2$ را با خاصیت زیر

$$f(a) = \begin{cases} f_1(a), & a \in A_1 \\ f_2(a), & a \notin A_1 \end{cases}$$

تعریف می‌کنیم. گزینه صحیح کدام است؟

(۱) ممکن است f_1 و f_2 هر دو یک به یک باشند ولی f یک به یک نباشد.

(۲) اگر f_1 و f_2 هر دو یک به یک باشند آنگاه f نیز یک به یک است.

(۳) اگر f_1 و f_2 هر دو پوشانند آنگاه f نیز پوشاند.

(۴) f خوش تعریف نیست.

- ۴۴- فرض کنید $f : X \rightarrow Y$ یک تابع باشد. کدام یک از گزاره‌های زیر معادل یک به یک بودن تابع f نیست؟

$$(۱) \text{ برای هر } A, B \subseteq X \quad f(A \setminus B) = f(A) \setminus f(B)$$

$$(۲) \text{ برای هر } A \subseteq X \quad (f(A))^c \subseteq f(A^c)$$

$$(۳) \text{ برای هر } A \subseteq X \quad f^{-1}(f(A)) \subseteq A$$

$$(۴) \text{ برای هر } A, B \subseteq X \quad f(A) = f(B) \Rightarrow A = B$$

- ۴۵- اگر تابع $f : X \rightarrow Y$ یک به یک باشد آنگاه کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر X شمارای نامتناهی باشد Y هم شمارای نامتناهی است.

(۲) اگر Y شمارای نامتناهی باشد X متناهی یا شماراست.

(۳) اگر Y شمارای نامتناهی باشد X هم شمارای نامتناهی است.

(۴) Y با هیچ زیرمجموعه‌ای از X هم عدد (هم‌توان) نیست.

- ۴۶ - دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x + y + 3z = 0 \end{cases}$ را درنظر بگیرید. اگر H زیرفضای حاصل از جواب‌های این دستگاه باشد

آن‌گاه بعد H به عنوان زیرفضای \mathbb{R}^3 کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

- ۴۷ - فرض کنید $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. در این صورت A^{100} کدام ماتریس است؟

۱ (۱) A^{100}

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{100} \quad (۲)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{100} \quad (۳)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{100} \quad (۴)$$

- ۴۸ - فرض کنید U فضای چند جمله‌ای‌های تولید شده توسط $1, x^2, x^3, x^4, x^5$ روی \mathbb{R} باشد. مختصات بردار $x^6 + x^4 - x^2 - 2$ در پایه مرتبت $\{1 - x^2, x^2 - x^4, x^4 - x^6, 1 + x^6\}$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (۱) \quad \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (۳) \quad \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (۴)$$

- ۴۹ - اگر $A \in M_4(\mathbb{R})$ ، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

$$c \in \mathbb{R}, \text{adj}(cA) = c^4 \text{adj}A \quad (۱)$$

$$B \in M_4(\mathbb{R}), \text{adj}(A + B) = \text{adj}A + \text{adj}B \quad (۲)$$

$$B \in M_4(\mathbb{R}), \text{adj}(AB) = (\text{adj}A)(\text{adj}B) \quad (۳)$$

$$\det(\text{adj}A) = (\det A)^4 \quad (۴)$$

- ۵۰- فرض کنید $(A \in M_n(\mathbb{R}))$ و $\text{rank}(A) = k > 0$ در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

$$\text{rank}(A^\top) = k \quad (1)$$

$$\text{rank}(A^\top) < k \quad (2)$$

. $\text{rank}(A_i) = 1$ ، i و برای هر $A = \sum_{i=1}^k A_i$ موجودند که $A_1, \dots, A_k \in M_n(\mathbb{R})$ (۳)

. $\text{rank}(A_i) = 1$ ، i و برای هر $A = A_1 A_2 \dots A_k$ موجودند که $A_1, \dots, A_k \in M_n(\mathbb{R})$ (۴)

- ۵۱- فرض کنید $(A \in M_4(\mathbb{R}))$. در این صورت تساوی $A^{100} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1-\varepsilon \end{bmatrix}$ به ازای چند $\varepsilon > 0$ امکان پذیر است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴) نامتناهی

- ۵۲- فرض کنید $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ تابعی پیوسته باشد. کدام گزینه درباره تابع f درست است؟

(۱) یکبه‌یک است.

(۲) تابع ثابت است.

(۳) پوشش است.

(۴) چنین تابعی قابل تعریف نیست.

- ۵۳- فرض کنید $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ دو بار مشتق‌پذیر بوده و به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ ، آنگاه $f(1) + f'(1) > 0$. $f''(x) > 0$. اگر

کدام گزینه درست است؟

(۱) تابعی زوج است.

(۲) تابعی فرد است.

(۳) $f(2) < 0$

(۴) $f(2) > 0$

- ۵۴- فرض کنید تابع حقیقی غیرثابت f بر $(0, +\infty)$ مشتق‌پذیر باشد و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L > 0$. کدام گزینه درست است؟

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = L \quad (3)$$

(۴) تابع f' بر $(0, +\infty)$ بی‌کران است.

-۵۵ - فرض کنید f و g دو تابع پیوسته بر $[a, b]$ باشند که $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b g(x)dx$

اگر $A = \{x \in [a, b] | f(x) = g(x)\}$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر A ناتهی باشد آنگاه A متناهی با بیش از یک عضو است.

(۲) اگر A ناتهی باشد آنگاه A نامتناهی است.

(۳) ممکن است A تک عضوی باشد.

(۴) ممکن است A تهی باشد.

-۵۶ - فرض کنید A یک زیرمجموعه از اعداد حقیقی باشد بهطوری که $\mathbb{Q} \subseteq A$. کدام گزینه درباره A در فضای \mathbb{R} با

متراclیدسی درست است؟

(۱) اگر $A = \mathbb{R}$ بیت بشود، آنگاه A بسته است.

(۲) اگر A شمارا باشد، آنگاه A بسته است.

(۳) اگر $A = \mathbb{R}$ ناشمارا باشد، آنگاه A بسته است.

(۴) اگر $A = \mathbb{R}$ باز باشد، آنگاه A بسته است.

-۵۷ - فرض کنید $A = \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) - \frac{1}{m+1} : n, m \in \mathbb{N} \right\}$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

$$\inf A = \frac{-1-\sqrt{2}}{2} \quad , \quad \sup A = 1 \quad (۱)$$

$$\inf A = \frac{-1-\sqrt{2}}{2} \quad , \quad \sup A = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۲)$$

$$\inf A = -\frac{3}{2} \quad , \quad \sup A = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۳)$$

$$\inf A = -\frac{3}{2} \quad , \quad \sup A = 1 \quad (۴)$$

-۵۸ - فرض کنید $A = \left\{ \frac{m}{n^m} : m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}$. کدام گزینه درباره A در فضای \mathbb{R} با متراclیدسی درست است؟

(۱) باز است ولی بسته نیست.

(۲) هم باز است و هم بسته.

(۳) بسته است ولی باز نیست.

(۴) بسته است ولی باز نیست.

- ۵۹- تابع f بر بازه $[1, \infty)$ با ضابطه زیر تعریف شده است.

$$f(x) = \begin{cases} \left[\sin \frac{1}{x} \right] & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

(منظور از نماد $[x]$ جزو صحیح x است) کدام گزینه نادرست است؟

(۱) مجموعه نقاط ناپیوستگی f بسته است.

(۲) مجموعه نقاط ناپیوستگی f ناشمارا است.

(۳) مجموعه نقاط ناپیوستگی f نقطه حدی دارد.

(۴) ناپیوستگی‌های f در نقاط غیر صفر از نوع اساسی است.

- ۶۰- فرض کنید $f(x) = \ln x$ و $g(x) = x \ln x$. بر بازه $(1, \infty)$ کدام گزینه درست است؟

(۱) f و g هر دو پیوسته یکنواخت هستند.

(۲) هیچ کدام از توابع f و g پیوسته یکنواخت نیستند.

(۳) f پیوسته یکنواخت نیست ولی g پیوسته یکنواخت است.

(۴) f پیوسته یکنواخت است ولی g پیوسته یکنواخت نیست.

- ۶۱- فرض کنید $\{\sqrt[n]{x_n}\}_{n=1}^{\infty}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی مثبت باشد. کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر $\left\{ \frac{x_{n+1}}{x_n} \right\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا باشد آنگاه $\left\{ \sqrt[n]{x_n} \right\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا است.

(۲) اگر $\left\{ \sqrt[n]{x_n} \right\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا باشد آنگاه $\left\{ x_n \right\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا است.

(۳) اگر $\left\{ \frac{x_{n+1}}{x_n} \right\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا باشد آنگاه $\left\{ \sqrt[n]{x_n} \right\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا است.

(۴) اگر $\left\{ x_n \right\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا باشد آنگاه $\left\{ \frac{x_{n+1}}{x_n} \right\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا است.

- ۶۲- فرض کنید x_n و y_n اعداد مثبت و به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ کدام گزینه درست است؟

(۱) $\lim x_n \geq \lim y_n$ ولی لزوماً برابر نیستند.

(۲) $\lim y_n \geq \lim x_n$ ولی لزوماً برابر نیستند.

(۳) $\lim x_n = \lim y_n$ همگرا هستند و

(۴) $\lim y_n$ یا $\lim x_n$ وابسته به انتخاب x_n و y_n ممکن است همگرا نباشد.

۶۳- اگر $B = \sum_{n=1}^{\infty} (-e)^n \left(\frac{n-1}{n}\right)^n$ و $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n}$

(۱) سری B همگرا و سری A واگراست.

(۲) هر دو سری واگرا است.

(۳) سری A همگراست و سری B واگراست.

(۴) هر دو سری همگرا هستند.

۶۴- مقادیر α, β , چه باشند تا فرمول زیر برای چند جمله‌ای‌های با حداقل درجه دقیق باشد؟

$$\int_0^1 \sqrt{x} f(x) dx = \alpha \int_0^1 f(x) dx + \beta \int_0^1 x f(x) dx$$

$$\alpha = \frac{1}{5}, \beta = \frac{4}{5} \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{4}{5}, \beta = \frac{1}{5} \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{4}{15}, \beta = \frac{4}{5} \quad (3)$$

$$\alpha = \beta = \frac{1}{3} \quad (4)$$

۶۵- اگر A یک ماتریس حقیقی $m \times n$ باشد و $b \in R^m$ و $x \in R^n$, گزینه درست در مورد مسئله

$$\min_{x \in R^n} \|Ax - b\|_2$$

(۱) مسئله جواب یکتا دارد.

(۲) مسئله می‌تواند جواب نداشته باشد.

(۳) مسئله نمی‌تواند جوابی با مقدار کمینه برابر با صفر داشته باشد.

(۴) مسئله یا یک جواب یکتا یا بی‌نهایت جواب دارد.

۶۶- فرض کنید P_2 چند جمله‌ای درجه دومی باشد که f را در نقاط هم فاصله $x_0, x_0 + h, x_0 + 2h$ درون یابی

می‌کند. اگر مشتق سوم f روی $[x_0, x_0 + 2h]$ با M کران دار باشد، یک کران بالای مناسب برای

$$|f'(x_0 + h) - P'_2(x_0 + h)|$$

$$\frac{1}{6} h^3 M \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} h^3 M \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} h^3 M \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} h^3 M \quad (4)$$

-۶۷ فرض کنید $i=0, 1, \dots, n$, x_i , $f(x_i)$ اعداد دو به دو متمایز و $p(x)$ درون یاب چند جمله‌ای حداقل از درجه n در داده‌های $(x_i, f(x_i))$ باشد. اگر $x_0 = 0$, جمله ثابت در چند جمله‌ای درون یاب $p(x)$ کدام است؟

$f(x_0)$ (۱)

$f(x_1)$ (۲)

$f[x_0, x_1]$ (۳)

$f[x_0, x_1]$ (۴)

-۶۸ فرض کنید $f(x) = x - \frac{f(x)}{g(x)}$ با خاطره $f(\alpha) = g(\alpha) \neq 0$, $h(x) = x$, $g(x) = f(x) + g(x)$. جه روابطی بین f و g برقرار باشد تا دنباله $\{x_n\}$ با صورت $x_{n+1} = h(x_n)$ باشد؟ (فرض کنید $f, g \in C^1(\mathbb{R})$)

$f''(\alpha) = g(\alpha) + g'(\alpha)$, $f'(\alpha) = g(\alpha)$ (۱)

$f''(\alpha) = g(\alpha) + g'(\alpha)$, $f'(\alpha) = g(\alpha)$ (۲)

$f''(\alpha) = g(\alpha) + g(\alpha)$, $f'(\alpha) = g(\alpha)$ (۳)

$f''(\alpha) = g(\alpha) + g'(\alpha)$, $f'(\alpha) = g(\alpha)$ (۴)

-۶۹ در یک دستگاه ممیز شناور با مبنای ۸ که اعداد به صورت d_1, d_2, \dots, d_7 با $d_1 \neq 0$ و $0 \leq d_i \leq 7$ برای $i = 1, 2, \dots, 7$ نمایش داده می‌شوند، بیشترین فاصله بین دو عدد متولی قابل نمایش چقدر است؟

8^{-10} (۱)

8^{22} (۲)

8^{53} (۳)

8^{63} (۴)

-۷۰ در داده‌های زیر، با استفاده از نمودار جعبه‌ای، چند داده دور افتاده وجود دارد؟
 ۱۴, ۱۸, ۱۲, ۴۴, ۳۴, ۶۶, ۳۷, ۱۴, ۳۴, ۱۴, ۷, ۲۳, ۱۴, ۲۲, ۲۱

۰ (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

- ۷۱- به چند طریق می‌توان ۵ حرف A و ۶ حرف B را در یک ردیف قرار داد که از راست و چپ یکسان خوانده شوند؟

$$\frac{5!}{3!} \quad (1)$$

$$\frac{10!}{5!5!} \quad (2)$$

$$\frac{5!}{3!2!} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{11!}{5!6!} \quad (4)$$

- ۷۲- کیسه‌ای شامل ۴ مهره قرمز و ۶ مهره آبی است. کیسه دیگری شامل ۱۶ مهره قرمز و تعدادی مجھول مهره آبی است. یک مهره به تصادف از هر کیسه انتخاب می‌شود، احتمال اینکه دو مهره انتخابی هم رنگ باشند $\frac{1}{44}$ است. تعداد مهره‌های آبی کیسه دوم کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۱۲

(۴) ۲۰

- ۷۳- فرض کنید A_1, \dots, A_n پیشامدهای مستقلی باشند بهطوری که برای هر $i = 1, \dots, n$ داشته باشیم

$$P(A_i) = \frac{1}{i+1} \text{ احتمال اینکه حداقل یکی از } A_i \text{ ها رخ دهد کدام است؟}$$

$$\frac{1}{n+1} \quad (1)$$

$$\frac{n}{n+1} \quad (2)$$

$$\frac{n-1}{n} \quad (3)$$

$$\frac{1}{n} \quad (4)$$

- ۷۴- از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ تعداد ۶ عدد را به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه کوچکترین عدد انتخابی از ۴ بزرگتر باشد، کدام است؟

$$\left(\frac{3}{5}\right)^6 \quad (1)$$

$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\left(\frac{1}{10}\right)^6 \quad (3)$$

$$\frac{1}{210} \quad (4)$$

- ۷۵ - اگر $P(A | B) = \frac{3}{4}$ و $P(B^c | A) = \frac{1}{4}$ و $P(B | A^c) = \frac{3}{4}$ کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{3}{4}$
 (۴) ۱

دروس تخصصی (احتمال، آمار ریاضی، نمونه‌گیری و رگرسیون ۱):

- ۷۶ - فرض کنید $P(X \leq a) + P(Y \leq \frac{1}{a})$ باشد. مقدار $Y \sim F_{(n,m)}$ و $X \sim F_{(m,n)}$ کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{a}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{1}{a}$
 (۴) $1 - \frac{1}{a}$
- ۷۷ - فرض کنید X_1, \dots, X_5 یک نمونه تصادفی ۵ تایی از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد. مقدار $P(X_i = x) = \frac{1}{3}$ کدام است؟ (جزء صحیح X می‌باشد).
- (۱) $\frac{80}{234}$
 (۲) $\frac{80}{792}$
 (۳) $\frac{80}{243}$
 (۴) $\frac{80}{729}$
- $P(X = x) = \frac{1}{3} \quad x = 1, 2, 3$

- ۷۸- فرض کنید $(\Phi \text{ و } I \text{ به ترتیب نمایانگر تابع توزیع } Z \sim N(0,1) \text{ و تابع نشانگر باشند. مقدار } E(e^Z I_{[Z>0]}) \text{ کدام است؟}$

$$e^{-\frac{1}{2}} \Phi(-1) \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}} \Phi(-1) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}} \Phi(1) \quad (3)$$

$$e^{-\frac{1}{2}} \Phi(1) \quad (4)$$

- ۷۹- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با مقادیر ممکن صحیح مثبت باشد که تابع احتمال آن در رابطه زیر صدق می‌کند. مقدار $Var(X)$ کدام است؟

$$\forall P[X = k] = 4P[X = k + 1], \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

۱۲ (۱)

$\frac{3}{16}$ (۲)

$\frac{4}{9}$ (۳)

۱۶ (۴)

- ۸۰- اگر $(U \sim U(0,1) \text{ و } F(x) \text{ یک تابع توزیع پیوسته اکیداً معودی باشد مقدار } P[F^{-1}(U) \leq F^{-1}(1-U)]$ کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۳)

۱ (۴)

- ۸۱- فرض کنید $(X \sim N(0,1))$. میانه متغیر تصادفی X کدام است؟

۰ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)

-۸۲ اگر X و Y دو متغیر تصادفی با تابع احتمال توأم زیر باشند، مقدار $P[X = Y]$ کدام است؟

$$P[X = i, Y = j] = \frac{1}{n(n+1)}, \quad j = 1, 2, \dots, i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (n \geq 1)$$

$\frac{1}{n+1}$ (۱)

$\frac{2}{n+2}$ (۲)

$\frac{n}{n+1}$ (۳)

$\frac{n+1}{n+2}$ (۴)

-۸۳ نقطه $W = (W_1, W_2)$ را به صورت تصادفی از مربع واحد به روش مقابل $(0,0), (1,1)$ انتخاب می‌کنیم. قرار

دهید $W_1^2 = W_2^2$. تابع توزیع توأم (X_1, X_2) برای $1 \leq r_1, r_2 \leq 1$ کدام است؟

$r_1^2 r_2^2$ (۱)

$\sqrt{r_1} \sqrt{r_2}$ (۲)

$2r_1 r_2$ (۳)

$r_1 r_2$ (۴)

-۸۴ فرض کنید $\frac{1}{\lambda}$ دو متغیر تصادفی مستقل باشند. مقدار $P(Y > X)$ کدام است؟

$\frac{1}{\lambda}(1 + e^{-1})$ (۱)

$\frac{1}{\lambda}e^{-1}$ (۲)

$\frac{1 - e^{-1}}{\lambda}$ (۳)

$1 - \frac{1}{\lambda}e^{-1}$ (۴)

-۸۵ فرض کنید (X, Y) دو متغیر تصادفی پیوسته با تابع چگالی احتمال توأم زیر باشد. تابع چگالی احتمال متغیر

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases} \quad \text{تصادفی } V = \frac{X}{Y} \text{ در نقطه } a > 0 \text{ کدام است؟}$$

$\frac{1}{a+1}$ (۱)

$\frac{1}{(a+1)^2}$ (۲)

$\frac{1}{(a+1)^3}$ (۳)

$\frac{1}{(a+1)^4}$ (۴)

-۸۶- اگر یک نمونه تصادفی سه تایی از توزیع یکنواخت روی $(0,1)$ مشاهده شود، احتمال اینکه عیانه نمونه بین $\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{4}$ باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{11}{16} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{11}{32} \quad (4)$$

-۸۷- فرض کنید X_1, X_2 دو متغیر تصادفی مستقل با توزیع یکسان $U(0,1)$ هستند. مقدار $E\left(\frac{1}{\ln X_1 X_2}\right)$ کدام است؟

است؟

$$0 \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$\infty \quad (4)$$

-۸۸- فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان $Exp(1)$ هستند. اگر قرار دهیم $V = \max\{X, Y\} - \min\{X, Y\}$ در این صورت تابع مولد گشتاور V کدام است؟

$$\frac{1}{1-t^r} ; |t| > 1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{t^r-1} ; |t| < 1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{1-t^r} ; |t| < 1 \quad (3)$$

$$\frac{1}{t^r-1} ; |t| > 1 \quad (4)$$

-۸۹- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0,1)$ باشد قرار می دهیم $S = \sum_{i=1}^n S_i$ و $S_i = n[X_i]$ باشد قرار می دهیم $E(S)$ کدام است؟ ($[X]$ جزو صحیح X است).

$$n \quad (1)$$

$$\frac{n}{2} \quad (2)$$

$$2n \quad (3)$$

$$\frac{n^2}{2} \quad (4)$$

- ۹۰- ظرفی حاوی ۹ گوی با شماره‌های ۱، ۲، ... و ۹ است. ابتدا یک گوی به تصادف از ظرف خارج می‌کنیم. سپس به تعداد شماره گوی، سکه‌ای سالم را پرتاب می‌کنیم. امید ریاضی تعداد شیرها کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

$$\frac{9}{4} \quad (2)$$

$$\frac{11}{2} \quad (3)$$

$$\frac{11}{4} \quad (4)$$

- ۹۱- فرض کنید (X, Y) باشند. $X \sim U(0, 1)$ و $Y | X = x \sim \text{Bin}(n, x)$. مقدار $\text{Var}(Y)$ کدام است؟

$$\frac{n}{12} \quad (1)$$

$$\frac{n+1}{12} \quad (2)$$

$$\frac{n(n+1)}{6} \quad (3)$$

$$\frac{n(n+2)}{12} \quad (4)$$

- ۹۲- فرض کنید (X, Y) (مدل تعداد آزمایش‌ها) دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند.

مقدار $E(e^{X \ln Y})$ کدام است؟

$$p - 1 \quad (1)$$

$$q - 1 \quad (2)$$

$$p + 1 \quad (3)$$

$$q + 1 \quad (4)$$

- ۹۳- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_N یک نمونه تصادفی N تایی از جامعه‌ای با تابع توزیع $F(x)$ باشد. اگر N متغیری تصادفی مستقل از X ‌ها با توزیع هندسی با پارامتر p باشد، تابع توزیع $X_{(N)} = \max(X_1, \dots, X_N)$ کدام است؟

$$\frac{pF(x)}{1 - qF(x)} \quad (1)$$

$$\frac{pqF(x)}{1 - pF(x)} \quad (2)$$

$$\frac{qF(x)}{1 - pF(x)} \quad (3)$$

$$\frac{pqF(x)}{1 - qF(x)} \quad (4)$$

۹۴- فرض کنید ... X_1, X_2, \dots, X_n یک دنباله از متغیرهای تصادفی باشند به طوریکه $X_n \sim \chi_{(n)}^2$ ، دنباله $Y_n = \frac{X_n}{n}$ در

احتمال به سمت چه مقداری میل می کند؟

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

۹۵- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع بقاء $\bar{F}(x) = \frac{1}{1+x}$ ، $x > 0$ باشد. با تعریف $Y_n = \frac{\tau n X}{n+2}$ اگر

$\bar{G}_Y(t) = P(Y > t)$ کدام است؟ (در این صورت تابع بقاء توزیع حدی Y_n یعنی $\bar{G}_Y(t)$)

$$\bar{G}_Y(t) = \frac{1}{(1+t)^{\tau}}, \quad t > 0 \quad (1)$$

$$\bar{G}_Y(t) = \frac{\tau}{\tau+t}, \quad t > 0 \quad (2)$$

$$\bar{G}_Y(t) = \frac{1}{1+\tau t}, \quad t > 0 \quad (3)$$

$$\bar{G}_Y(t) = \frac{1}{1+t}, \quad t > 0 \quad (4)$$

۹۶- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. آماره بسنده برای α کدام است؟ (تابع چگالی احتمال و F تابع توزیع معلوم هستند).

$$g_\alpha(x) = \alpha f(x) F^{\alpha-1}(x) \quad \alpha > 0, \quad x > 0$$

$$\sum_{i=1}^n \log F(X_i) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n F(X_i) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \log f(X_i) \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n f(X_i) \quad (4)$$

۹۷- فرض کنید $X_{ij} \sim P(i\lambda)$ ، $i=1, \dots, k$ ، X_{i1}, \dots, X_{in_i} مستقل باشند که در آن $\lambda = \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}$ آماره بستنده برای λ کدام است؟

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} iX_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \frac{1}{i} X_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}$$

۹۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ باشد. مقادیر $E\left(\frac{X_{(1)}}{X_{(n)}}\right)$ کدام است؟

$$\frac{1}{n}$$

$$\frac{n-1}{n}$$

$$\frac{1}{n+1}$$

$$\frac{n}{n+1}$$

۹۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ باشد. با فرض $n=10$ ، تعداد X_1 هایی که کمتر از ۲ مشاهده شده‌اند برابر ۴ مشاهده شده است. برآورد ماکسیمم درستنمایی (MLE) پارامتر θ کدام است؟

۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

- ۱۰۰- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(\theta, \theta + 1)$ باشد. اگر $\theta = 0$ باشد، برآورده مаксیمم درستنمایی (MLE) پارامتر θ کدام است؟

$X_{(1)}$ (۱)

$X_{(n)}$ (۲)

$\frac{X_{(n)}}{2}$ (۳)

$$\hat{\theta} = \begin{cases} X_{(1)} & \forall X < 0 \\ \frac{X_{(n)}}{2} & \forall X > 0 \end{cases}$$

- ۱۰۱- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $E(\theta, 1)$ با تابع چگالی احتمال زیر باشد. آماره $T(X) = X_{(1)} + b$ به ازاء چه مقدار b برآورده ناریب θ است؟

$$f_\theta(x) = e^{-(x-\theta)}, x > \theta \quad \text{و} \quad X_{(1)} = \min(X_1, \dots, X_n)$$

۱ (۱)

-۱ (۲)

$-\frac{1}{n}$ (۳)

$\frac{1}{n}$ (۴)

- ۱۰۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ باشد، به ازای چه مقدار b ، برآورده

$$T = b \sum_{i=0}^n (X_i - \bar{X})^2$$

$\frac{1}{n^2 - 1}$ (۱)

$\frac{1}{n^2 - 2}$ (۲)

$\frac{1}{n - 2}$ (۳)

۱ (۴)

- ۱۰۳ - فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ باشد، که در آن μ نامعلوم و σ معلوم است.
پارامتر μ کدام است؟

$$\bar{X}^r \quad (1)$$

$$\bar{X}^r - \frac{\sigma^2}{n} \bar{X} \quad (2)$$

$$\bar{X}^r - \frac{\sigma^2}{n} \bar{X}^r \quad (3)$$

$$\bar{X}^r + \frac{\sigma^2}{n} \bar{X} \quad (4)$$

- ۱۰۴ - فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ باشد. کدام است؟

$$\bar{X}^r \quad (1)$$

$$\bar{X}^r \quad (2)$$

$$n\bar{X}^r \quad (3)$$

$$\frac{1}{n}\bar{X}^r \quad (4)$$

- ۱۰۵ - فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین $\frac{1}{\theta}$ باشد، واریانس مجذوبی برآورده‌گر ماکزیمم درستنمایی پارامتر θ کدام است؟

$$n\theta^r \quad (1)$$

$$\theta^r \quad (2)$$

$$\frac{n}{\theta^r} \quad (3)$$

$$\frac{\theta^r}{n} \quad (4)$$

۱۰۶ - فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال $f_\theta(x) = \frac{\theta}{(1+x)^{\theta+1}}$ و $\theta > 0$ باشد. یک بازه اطمینان با ضریب اطمینان $1-\alpha$ با دمای برای θ کدام است؟

$$\left(P(\chi_{v}^2 \leq \chi_{(v, 1-\alpha)}^2) = 1-\alpha \right)$$

$$\left(\frac{-\sum \ln x_i}{\chi_{(vn, 1-\frac{\alpha}{2})}^2}, \frac{-\sum \ln x_i}{\chi_{(vn, \frac{\alpha}{2})}^2} \right) \quad (1)$$

$$\left(\frac{\sum \ln(1+x_i)}{\chi_{(vn, 1-\frac{\alpha}{2})}^2}, \frac{\sum \ln(1+x_i)}{\chi_{(vn, \frac{\alpha}{2})}^2} \right) \quad (2)$$

$$\left(\frac{\chi_{(vn, \frac{\alpha}{2})}^2}{\sum \ln(1+x_i)}, \frac{\chi_{(vn, 1-\frac{\alpha}{2})}^2}{\sum \ln(1+x_i)} \right) \quad (3)$$

۱۰۷ - فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر λ باشد. یک بازه اطمینان $(1-\alpha) \lambda$ درصدی مجازی برای λ کدام است؟

$$(P(Z \leq z_{1-\alpha}) = 1-\alpha)$$

$$\bar{X} \pm \frac{1}{n} Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (1)$$

$$\bar{X} \pm \sqrt{\frac{s}{n}} Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (2)$$

$$\bar{X} \pm \frac{\bar{X}}{\sqrt{n}} Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (3)$$

$$\bar{X} \pm \sqrt{\frac{\bar{X}}{n}} Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (4)$$

۱۰۸ - فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع احتمال f_0 یا f_1 (در جدول زیر) باشد. همچنین فرض کنید N_j تعداد X_i ‌های برابر با j باشد، $i = 1, \dots, n$ و $j = 1, 2, 3$. ناحیه بحرانی MP برای آزمون فرض $H_0: f = f_0$ در برابر $H_1: f = f_1$ کدام است؟

x	1	2	3
$f_0(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$f_1(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$$N_1 + N_2 > c \quad (1)$$

$$N_1 + N_2 > c \quad (2)$$

$$N_1 > c \quad (3)$$

$$N_1 + N_2 > c \quad (4)$$

۱۰۹- فرض کنید $(X_1, X_2) \sim N(\mu, \mu, 1, 1, \frac{1}{\sqrt{2}})$ با تابع چگالی احتمال توان زیر باشد. پرتوان ترین آزمون در سطح α برای آزمون $H_0: \mu = \mu_0$ در مقابل $H_1: \mu = \mu_1$ کدام است؟

$$(P(Z \leq z_{1-\alpha}) = 1 - \alpha \text{ و } \bar{x} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2), \mu_0 < \mu_1)$$

$$f_T(x_1, x_2) = \frac{1}{\pi} \exp \left\{ -(x_1 - \mu)^2 + \sqrt{2}(x_1 - \mu)(x_2 - \mu) - (x_2 - \mu)^2 \right\}$$

$$\bar{x} > \mu_0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2 + \sqrt{2}} z_{1-\alpha} \quad (1)$$

$$\bar{x} > \mu_0 + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} z_{1-\alpha} \quad (2)$$

$$x_1 + x_2 > 2\mu_0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2 + \sqrt{2}} z_{1-\alpha} \quad (3)$$

$$x_1 + x_2 > 2\mu_0 + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} z_{1-\alpha} \quad (4)$$

۱۱۰- فرض کنید X یک تک مشاهده از توزیع برنولی با پارامتر p باشد. پرتوان ترین آزمون در سطح $\alpha = 0.05$ برای

$$\text{آزمون } H_0: p = \frac{1}{3} \text{ در مقابل } H_1: p = 1 \text{ کدام است؟}$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0/6 & x = 1 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0/75 & x = 1 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = 1 \\ 0/4 & x = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = 1 \\ 0/1 & x = 0 \end{cases} \quad (4)$$

۱۱۱- فرض کنید X یک تک مشاهده از توزیعی بایکی ازتابع چگالی احتمال‌های $-1 < x < 1$ و $f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

آزمون به روش نسبت درستنمایی با اندازه $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ برای آزمون $H_0: f = f_1$ در

مقابل $H_1: f = f_1$ کدام است؟

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < 1 \\ 0 & 1 < x < 2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 < x < 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} < x < 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x < \frac{3}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{3}{\sqrt{2}} \leq x < 1 \end{cases} \quad (4)$$

۱۱۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع توزیع $G_\theta(x) = [F(x)]^\theta$, $\theta > 0$, باشد که در آن

تابع توزیع $F(x)$ برابر با $F(x) = \frac{x}{1+x}$, $x \geq 0$ است. ناحیه رد پر توان ترین آزمون یکنواخت (UMP) بر انجام

آزمون فرضیه $H_1: \theta \leq 1$ در مقابل $H_0: \theta > 1$ به اندازه α کدام است؟

$$\sum_{i=1}^n \ln \frac{x_i}{1+x_i} > \frac{1}{\sqrt{2}} \chi_{(vn,\alpha)}^2 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \ln \frac{x_i}{1+x_i} > -\frac{1}{\sqrt{2}} \chi_{(vn,\alpha)}^2 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \ln \frac{x_i}{1+x_i} > \chi_{(vn,\alpha)}^2 \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n \ln \frac{x_i}{1+x_i} > -\chi_{(vn,\alpha)}^2 \quad (4)$$

- ۱۱۳ - فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر λ باشد. ناحیه بحرانی پرتوانترین آزمون

یکنواخت برای $H_1 : P(X_1 \leq 1) > \frac{1}{2}$ در مقابل $H_0 : P(X_1 \leq 1) \leq \frac{1}{2}$ کدام است؟

$$\varphi(\underline{x}) = \begin{cases} 1 & \sum x_i < c \\ \gamma & \sum x_i = c \\ 0 & \sum x_i > c \end{cases} \quad (1)$$

$$\varphi(\underline{x}) = \begin{cases} 1 & \bar{x} e^{\bar{x}} > c \\ \gamma & \bar{x} e^{\bar{x}} = c \\ 0 & \bar{x} e^{\bar{x}} < c \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & \sum I(x_i \leq 1) > c \\ \gamma & \sum I(x_i \leq 1) = c \\ 0 & \sum I(x_i \leq 1) < c \end{cases} \quad (3)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & \bar{x} e^{\bar{x}} < c \\ \gamma & \bar{x} e^{\bar{x}} = c \\ 0 & \bar{x} e^{\bar{x}} > c \end{cases} \quad (4)$$

- ۱۱۴ - فرض کنید x یک تک مشاهده از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. ناحیه رد آزمون نسبت درستنمایی برای

$f_\theta(x) = \frac{1}{\theta} (\theta - x) \quad 0 < x < \theta, \theta > 0$ در مقابل $H_1 : \theta \neq \theta_0$ کدام است؟ $H_0 : \theta = \theta_0$

$$\{x : |x - \frac{\theta_0}{4}| > c\} \quad (1)$$

$$\{x : x > \frac{\theta_0}{4} \text{ یا } x < c\} \quad (2)$$

$$\{x : |x - \frac{\theta_0}{2}| > c\} \quad (3)$$

$$\{x : x > \frac{\theta_0}{2} \text{ یا } x < c\} \quad (4)$$

۱۱۵- یک زنجیر مارکوف دو وضعیتی با وضعیت‌های $\{1, 0\}$ را در نظر بگیرید که با احتمال $\frac{1}{2}$ از وضعیت ۰ آغاز می‌شود. اگر یافته 111.0 از این زنجیر در دست باشد، مقدار آماره آزمون نسبت درستنمایی

$$H_0 : p \leq \frac{1}{2} \quad H_1 : p > \frac{1}{2}$$

در مقابل H_1 کدام است؟ (p احتمال تغییر وضعیت از ۰ به ۱ یا از ۱ به ۰ است).

$$\frac{5^3}{3^7 \times 2^3} \quad (1)$$

$$\frac{5^3}{3^5 \times 2^7} \quad (2)$$

$$\frac{5^5}{2^7 \times 3^3} \quad (3)$$

$$\frac{4^3}{2^3 \times 3^3} \quad (4)$$

۱۱۶- جامعه‌ای به حجم 12000 اکالا به سه طبقه به نسبت‌های به ترتیب $2, 3$ و 1 در طبقات اول، دوم و سوم افزایش شده است. به روش طبقه‌ای با تخصیص متناسب نمونه‌ای اولیه به حجم 600 از این جامعه استخراج نموده‌ایم و در این نمونه، نسبت کالاهای معیوب در طبقه اول 40% و در طبقات دوم و سوم 60% مشاهده شده است. اگر بخواهیم نسبت کالاهای معیوب در جامعه را با اعتماد 95% با کران خطای 2 عبارت آورد کنیم، باید از طبقه اول چقدر دیگر نمونه بگیریم؟ (فرض کنید $Z_{0.975} \approx 2$)

$$(1) 350 \text{ کالا}$$

$$(2) 500 \text{ کالا}$$

$$(3) 700 \text{ کالا}$$

$$(4) 1000 \text{ کالا}$$

۱۱۷- از جامعه‌ای به حجم N دو نمونه تصادفی ساده بدون جایگذاری و مستقل به حجم‌های n_1 و n_2 انتخاب می‌کنیم.

میانگین‌های نمونه را به ترتیب با \bar{y}_1 و \bar{y}_2 نشان داده و تعریف می‌کنیم $(\bar{y}_1 + \bar{y}_2) / 2 = \bar{y}$. شرط دقیق‌تر بودن

\bar{y} از \bar{y}_1 کدام است؟

$$\frac{3}{n_2} - \frac{1}{n_1} > \frac{2}{N} \quad (1)$$

$$\frac{3}{n_1} - \frac{1}{n_2} > \frac{2}{N} \quad (2)$$

$$\frac{3}{n_2} - \frac{1}{n_1} < \frac{2}{N} \quad (3)$$

$$\frac{3}{n_1} - \frac{1}{n_2} < \frac{2}{N} \quad (4)$$

۱۱۸- در یک نمونه تصادفی ساده ۲۵ تایی از ۲۰۰۰ دانشجوی یک دانشکده، ۲۰۰ نفر خانم و ۱۰۰ نفر غیربومی حضور داشته‌اند که ۱۴۰ نفر از افراد بومی، خانم بودند. اگر تعداد دانشجویان خانم در این دانشکده ۱۵۰۰ نفر باشد، برآورده ناریب از تعداد کل دانشجویان غیربومی در بین خانم‌ها و آقایان کدام است؟

- (۱) ۴۸۰ خانم و ۳۲۰ آقا
- (۲) ۴۵۰ خانم و ۴۰۰ آقا
- (۳) ۳۲۰ خانم و ۴۸۰ آقا
- (۴) ۴۰۰ خانم و ۴۵۰ آقا

۱۱۹- فرض کنید در جامعه‌ای به حجم N ضریب تغییرات متغیر Y برابر $\frac{2}{3}$ باشد. اگر در یک نمونه تصادفی ساده بدون جایگذاری به حجم n ، ضریب تغییرات میانگین نمونه برابر 2% حاصل شده باشد، آنگاه حجم نمونه برابر با کدام گزینه است؟

$$n = \frac{N}{10} \quad (1)$$

$$n = \frac{10N}{10+N} \quad (2)$$

$$n = \frac{100N}{100+N} \quad (3)$$

$$n = \frac{N+100}{10} \quad (4)$$

۱۲۰- در نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری n تایی از جامعه‌ای به حجم $N = 100$ ، اگر فرض کنیم π_{ij} احتمال آن باشد که واحدهای i ام و j ام جامعه به طور همزمان در نمونه قرار گیرند و π_i احتمال آن باشد که واحد i ام جامعه در نمونه قرار گیرد، به ازای $i, j = 1, \dots, N$ وقتی نسبت $\frac{\pi_{ij}}{\pi_i}$ برابر $\frac{1}{9}$ باشد، حجم نمونه کدام است؟

- (۱) ۹
- (۲) ۱۰
- (۳) ۱۱
- (۴) ۱۲

- ۱۲۱- در نمونه‌گیری تصادفی ساده با جایگذاری به حجم n از جامعه متناهی به حجم N , انتظار می‌رود چند عنصر تنها یک بار در نمونه ظاهر شوند؟

$$n\left(1 - \frac{1}{N}\right)^{n-1} \quad (1)$$

$$\frac{1}{N}\left(1 - \frac{1}{N}\right)^n \quad (2)$$

$$\frac{n}{N}\left(1 - \frac{1}{N}\right)^{n-1} \quad (3)$$

$$N\left[1 - \left(1 - \frac{1}{N}\right)^n\right] \quad (4)$$

- ۱۲۲- فرض کنید در جامعه‌ای به حجم N رابطه y_k برقرار باشد. می‌خواهیم میانگین این جامعه را بر اساس یک نمونه تصادفی ساده به حجم n برآورد کنیم. در چه صورتی واریانس برآوردگر نااریب میانگین، بیشترین مقدار خود را اختیار می‌کند؟

$$(1) \text{ میانگین جامعه برابر } \frac{N}{2} \text{ باشد.}$$

$$(2) \text{ میانگین جامعه برابر } \frac{1}{2} \text{ باشد.}$$

$$(3) \text{ میانگین جامعه برابر با } \frac{N+1}{2} \text{ باشد.}$$

(4) در هر حال واریانس برآوردگر میانگین جامعه کران بالا ندارد.

- ۱۲۳- می‌دانیم k عنصر اول جامعه‌ای به حجم N قادر صفت خاص می‌باشد. لذا به منظور برآورد نسبت این صفت (P)، یک نمونه n تابی از $N-k$ عنصر آخر جامعه به روش تصادفی ساده و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. اگر \hat{P} نسبت مشاهده شده در این نمونه باشد، برآوردگر نااریب P کدام است؟

$$\hat{P} \quad (1)$$

$$\frac{k}{N}\hat{P} \quad (2)$$

$$\hat{P} + \frac{k}{N} \quad (3)$$

$$(1 - \frac{k}{N})\hat{P} \quad (4)$$

۱۲۴- در نمونه‌گیری تصادفی ساده برای برآورد میانگین صفت y در جامعه و در مقایسه با برآوردهای معمولی \bar{y} .
برآوردهای نسبتی و برآوردهای رگرسیونی وقتی صفت کمکی، صفت x بوده و عرض از مبدأ خط رگرسیون y بر x نزدیک صفر باشد، عبارت صحیح کدام است؟

(۱) برآوردهای نسبتی از رگرسیونی دقیق‌تر است.

(۲) برآوردهای نسبتی اغلب از برآوردهای معمولی دقیق‌تر است.

(۳) برآوردهای معمولی از برآوردهای نسبتی دقیق‌تر است.

(۴) برآوردهای معمولی، نسبتی و رگرسیونی معادل هستند.

۱۲۵- جامعه‌ای شامل ۱۰۰۰۰ نفر در قالب ۲۴۰۰ خانوار داریم. به طور تصادفی ساده و با جایگذاری و با احتمال متناسب با اندازه خانوار برای هر فرد، ۲۰ فرد از این جامعه انتخاب نموده و از هر فرد انتخاب شده جنس سرپرست خانوار سؤال شده است. اگر در نمونه به دست آمده فقط ۲ سوپرست زن در خانوارهای ۴ و ۵ نفر مشاهده شده باشند، برآوردهای نسبتی از نسبت خانوارهای دارای سرپرست زن کدام است؟

$$\frac{1}{9} \quad (1)$$

$$\frac{9}{20} \quad (2)$$

$$\frac{9}{400} \quad (3)$$

$$\frac{3}{32} \quad (4)$$

۱۲۶- در مدل رگرسیون خطی ساده $r_{x,y} = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ، $i=1,\dots,n$ ، $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ضریب همبستگی نمونه‌ای مشاهدات $\hat{y} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)'$ و $\hat{x} = (x_1, \dots, x_n)'$ است. اگر $y = (y_1, \dots, y_n)'$ مقدار پیش‌بینی شده y به روش کمترین توان‌های دوم باشد، ضریب همبستگی نمونه‌ای y و \hat{y} بر حسب $r_{x,y}$ کدام است؟ (تابع $\text{sign}(x)$ تابع علامت است)

$$\text{sign}(\hat{\beta}_1) r_{x,y} \quad (1)$$

$$\text{sign}(\hat{\beta}_0) r_{x,y} \quad (2)$$

$$r_{x,y}^2 \quad (3)$$

$$r_{x,y} \quad (4)$$

- ۱۲۷- در برآش مدل رگرسیون خطی، اگر $\hat{y}_i = 1, \dots, n$ ، مقادیر برآش داده شده (پیش‌بینی شده) برای پاسخ واحد آزمایشی α و $e_i = y_i - \hat{y}_i$ باشند. مقدار $\text{cov}(y_i, \hat{y}_i)$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\text{Var}(\hat{y}_i)$

(۳) $\text{Var}(y_i)$

(۴) $\text{Var}(e_i)$

- ۱۲۸- فرض کنید Y_1, \dots, Y_n در رابطه زیر صدق کنند.

$$Y_i = \theta e^{x_i^T} (1 + x_i^T) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

که در آن x_n ثابت و $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n \sim N(0, \sigma^2)$ هستند. پوآورد MLE (ماکسیمم درستنمایی) θ کدام است؟

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^n Y_i e^{x_i^T} (1 + x_i^T) / \sum_{i=1}^n [e^{x_i^T} (1 + x_i^T)] \quad (1)$$

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^n Y_i e^{x_i^T} / \sum_{i=1}^n [e^{x_i^T} (1 + x_i^T)^2] \quad (2)$$

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^n Y_i e^{x_i^T} (1 + x_i^T) / \sum_{i=1}^n [e^{x_i^T} (1 + x_i^T)] \quad (3)$$

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^n Y_i e^{x_i^T} (1 + x_i^T) / \sum_{i=1}^n [e^{x_i^T} (1 + x_i^T)^2] \quad (4)$$

- ۱۲۹- در یک مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ ، $i = 1, 2, \dots, n$ و ε_i واریانس مجموع مربعات رگرسیونی یعنی $\text{Var}(\text{SSR})$ کدام است؟

(۱) σ^2

(۲) $2\sigma^2$

$H_0: \beta_1 = 0$ تحت فرض σ^2 (۳)

$H_0: \beta_1 = 0$ تحت فرض σ^2 (۴)

- ۱۳۰- در یک نمونه تصادفی ۱۸ تایی از زوج مرتب‌های (x_i, y_i) مقدار ضریب همبستگی r برابر $6/6$ شده است. اگر β_1 ضریب رگرسیون خطی y روی x باشد، مقدار آماره F جدول آنالیز واریانس رگرسیون خطی ساده کدام است؟

(۱) ۸/۱

(۲) ۹

(۳) ۱۰

(۴) ۱۱/۲

- ۱۳۱ - در مدل رگرسیون خطی ساده فرض کنید $(\bar{y} + a)$ مقادیر پیش‌بینی به ترتیب در نقاط \bar{x} و $x + a$ برای هر عدد طبیعی a باشد به طوری که $\bar{x} + a$ در محدوده تغییرات مشاهدات باشد. برای n مشاهده با واریانس

$$S_{xx} = \sum (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{بر حسب} \quad \frac{\text{Var}[\hat{y}(\bar{x} + a)]}{\text{Var}[\hat{y}(\bar{x})]} \quad \text{کدام است؟}$$

$$1 + \frac{na^2}{S_{xx}} \quad (1)$$

$$1 - \frac{a^2}{nS_{xx}} \quad (2)$$

$$1 - \frac{na^2}{S_{xx}} \quad (3)$$

$$1 + \frac{a^2}{nS_{xx}} \quad (4)$$

- ۱۳۲ - در مدل رگرسیونی $y = X\beta + \varepsilon$ با $E(\varepsilon) = 0$ ماتریس X شامل r متغیر مستقل است. حال فرض کنید که مدل واقعی شامل s متغیر مستقل دیگر باشد که در ماتریس Z هستند: چنانی مدل واقعی به شکل $y = X\beta + Z\theta + \varepsilon$ است. اگر برآورد β در مدل واقعی، $b = (X'X)^{-1}X'y$ اختیار شود، مقدار اربیتی برای β کدام است؟

$$(X'X)^{-1}X'Z\theta \quad (1)$$

$$(X'X)^{-1}X'y\beta \quad (2)$$

صفر (3)

$$(X'X)^{-1}X'y \quad (4)$$

- ۱۳۳ - دو متغیر تبیینی x_1 و x_2 به ترتیب وارد مدل رگرسیونی $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$ می‌شوند. ضریب تعیین مدل در مرحله اول $\frac{1}{3}$ و در مرحله دوم برابر 60% است. اگر ماتریس X با ابعاد $n \times 3$ دارای خاصیت $X'X = 3I$ باشد، گزینه صحیح کدام است؟

$$S_{x_1 x_1} > S_{x_2 x_2}, \hat{\beta}_1^* > \hat{\beta}_2^* \quad (1)$$

$$S_{x_1 x_1} < S_{x_2 x_2}, \hat{\beta}_1^* = \hat{\beta}_2^* \quad (2)$$

$$S_{x_1 x_1} < S_{x_2 x_2}, \hat{\beta}_1^* > \hat{\beta}_2^* \quad (3)$$

$$S_{x_1 x_1} > S_{x_2 x_2}, \hat{\beta}_1^* = \hat{\beta}_2^* \quad (4)$$

- ۱۳۴- در مدل رگرسیون خطی چندگانه $y = X\beta + \varepsilon$ با مشاهدات مستقل و هم واریانس، اگر h_{ij} نشان دهنده مؤلفه سطر آم و ستون آم ماتریس $H = X(X'X)^{-1}X'$ باشد، مقدار واریانس باقیمانده آم ($e_i = y_i - \hat{y}_i$) کدام است؟

$$\sigma^2 h_{ii} \quad (1)$$

$$\sigma^2(1-h_{ii})^2 \quad (2)$$

$$\sigma^2 h_{ii}^2 \quad (3)$$

$$\sigma^2(1-h_{ii}) \quad (4)$$

- ۱۳۵- مدل رگرسیونی اول به صورت $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon^*$ و مدل رگرسیونی دوم به صورت $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \varepsilon$ است که بر اساس نمونه‌ای به حجم ۱۰، مجموع مربعات خطای مدل اول و دوم به ترتیب برابر ۱۵۰ و ۲۰۰ و مجموع مربعات رگرسیون مدل اول و دوم به ترتیب ۱۹۰ و ۱۴۰ است. مقدار آماره آزمون برای آزمون $H_0: \beta_2 = 0$ در مدل رگرسیونی اول، کدام است؟

$$2 \quad (1)$$

$$\frac{\gamma}{3} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{\lambda}{3} \quad (4)$$

مقدار بحرانی توزیع کای										
df	.10	.05	.025	.01	.005					
1	48.5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.879		
2	4.010	0.0201	0.0506	0.0255	5.9914	7.3777	9.2101	10.596		
3	3.071	0.1148	0.2158	0.1518	5.3181	7.8147	9.3484	11.344	12.338	
4	2.026	0.2971	0.4844	0.3154	4.541	5.841	6.4684	8.0707	9.8477	11.143
5	1.476	0.2015	0.2571	0.2015	3.776	4.347	5.064	6.1454	7.1070	11.276
6	1.440	0.1843	0.2447	0.1843	3.145	3.740	4.4844	5.4879	6.4449	10.086
7	1.415	0.1895	0.2655	0.1895	2.724	3.399	4.1499	5.088	6.088	10.866
8	1.344	0.16465	0.2167	0.16465	2.359	3.077	3.879	4.797	5.736	10.507
9	1.383	0.1594	0.2066	0.1594	2.06	2.866	3.6340	4.5151	5.4879	10.222
10	1.377	0.1517	0.2228	0.1517	1.784	2.564	3.385	4.2469	5.1463	9.307
11	1.363	0.1596	0.2101	0.1596	1.518	2.318	3.106	3.9403	4.8083	9.070
12	1.356	0.1505	0.2055	0.1505	1.291	2.179	2.881	3.6534	4.5157	8.765
13	1.350	0.1555	0.2266	0.1555	1.074	1.860	2.507	3.385	4.2469	8.507
14	1.345	0.1511	0.2160	0.1511	0.851	1.630	2.312	3.106	3.9403	8.277
15	1.341	0.1451	0.2045	0.1451	0.634	1.414	2.096	2.885	3.6534	7.954
16	1.337	0.1396	0.1962	0.1396	0.418	1.196	1.878	2.646	3.4385	7.635
17	1.333	0.1340	0.1866	0.1340	0.202	0.878	1.567	2.389	3.1737	7.317
18	1.334	0.1305	0.1752	0.1305	0.078	0.734	1.252	1.981	2.7397	7.014
19	1.328	0.1279	0.1630	0.1279	0.039	0.591	1.061	1.782	2.5394	6.716
20	1.325	0.1258	0.1586	0.1258	0.009	0.469	0.929	1.620	2.4385	6.417
21	1.323	0.1235	0.1536	0.1235	0.002	0.349	0.809	1.527	2.3385	6.117
22	1.321	0.1212	0.1482	0.1212	0.000	0.239	0.689	1.420	2.2385	5.817
23	1.319	0.1197	0.1432	0.1197	-0.002	0.129	0.567	1.312	2.1385	5.517
24	1.318	0.1181	0.1404	0.1181	-0.004	0.029	0.447	1.204	2.0385	5.217
25	1.316	0.1166	0.1378	0.1166	-0.006	0.019	0.327	1.096	1.9385	4.917
26	1.315	0.1156	0.1356	0.1156	-0.008	0.010	0.207	0.988	1.8385	4.617
27	1.314	0.1147	0.1336	0.1147	-0.010	0.001	0.087	0.879	1.7385	4.317
28	1.313	0.1137	0.1316	0.1137	-0.012	-0.001	0.067	0.770	1.6385	4.017
29	1.311	0.1127	0.1296	0.1127	-0.014	-0.003	0.047	0.661	1.5385	3.717
30	1.312	0.1117	0.1276	0.1117	-0.016	-0.005	0.027	0.552	1.4385	3.417
31	1.311	0.1107	0.1256	0.1107	-0.018	-0.007	0.007	0.443	1.3385	3.117
32	1.310	0.1097	0.1236	0.1107	-0.020	-0.009	0.000	0.334	1.2385	2.817
33	1.309	0.1087	0.1216	0.1107	-0.022	-0.011	-0.003	0.225	1.1385	2.517
34	1.308	0.1077	0.1196	0.1107	-0.024	-0.013	-0.006	0.116	1.0385	2.217
35	1.307	0.1067	0.1176	0.1107	-0.026	-0.015	-0.008	0.007	0.9385	1.917
36	1.306	0.1057	0.1156	0.1107	-0.028	-0.017	-0.010	-0.001	0.8385	1.617
37	1.305	0.1047	0.1136	0.1107	-0.030	-0.019	-0.012	-0.003	0.7385	1.317
38	1.304	0.1037	0.1116	0.1107	-0.032	-0.021	-0.014	-0.005	0.6385	1.017
39	1.303	0.1027	0.1096	0.1107	-0.034	-0.023	-0.016	-0.007	0.5385	0.717
40	1.302	0.1017	0.1076	0.1107	-0.036	-0.025	-0.018	-0.009	0.4385	0.417
41	1.301	0.1007	0.1056	0.1107	-0.038	-0.027	-0.020	-0.011	0.3385	0.117
42	1.300	0.0997	0.1036	0.1107	-0.040	-0.029	-0.022	-0.013	0.2385	-0.170
43	1.299	0.0987	0.1016	0.1107	-0.042	-0.031	-0.024	-0.015	0.1385	-0.470
44	1.298	0.0977	0.0996	0.1107	-0.044	-0.033	-0.026	-0.017	0.0385	-0.770
45	1.297	0.0967	0.0976	0.1107	-0.046	-0.035	-0.028	-0.019	-0.0385	-1.067
46	1.296	0.0957	0.0956	0.1107	-0.048	-0.037	-0.030	-0.021	-0.3385	-1.367
47	1.295	0.0947	0.0936	0.1107	-0.050	-0.039	-0.032	-0.023	-0.6385	-1.667
48	1.294	0.0937	0.0916	0.1107	-0.052	-0.041	-0.034	-0.025	-0.9385	-1.967
49	1.293	0.0927	0.0896	0.1107	-0.054	-0.043	-0.036	-0.027	-1.2385	-2.267
50	1.292	0.0917	0.0876	0.1107	-0.056	-0.045	-0.038	-0.029	-1.5385	-2.567
51	1.291	0.0907	0.0856	0.1107	-0.058	-0.047	-0.040	-0.031	-1.8385	-2.867
52	1.290	0.0897	0.0836	0.1107	-0.060	-0.049	-0.042	-0.033	-2.1385	-3.167
53	1.289	0.0887	0.0816	0.1107	-0.062	-0.051	-0.044	-0.035	-2.4385	-3.467
54	1.288	0.0877	0.0796	0.1107	-0.064	-0.053	-0.046	-0.037	-2.7385	-3.767
55	1.287	0.0867	0.0776	0.1107	-0.066	-0.055	-0.048	-0.039	-3.0385	-4.067
56	1.286	0.0857	0.0756	0.1107	-0.068	-0.057	-0.050	-0.041	-3.3385	-3.667
57	1.285	0.0847	0.0736	0.1107	-0.070	-0.059	-0.052	-0.043	-3.6385	-3.967
58	1.284	0.0837	0.0716	0.1107	-0.072	-0.061	-0.054	-0.045	-3.9385	-4.267
59	1.283	0.0827	0.0696	0.1107	-0.074	-0.063	-0.056	-0.047	-4.2385	-4.567
60	1.282	0.0817	0.0676	0.1107	-0.076	-0.065	-0.058	-0.049	-4.5385	-4.867
61	1.281	0.0807	0.0656	0.1107	-0.078	-0.067	-0.060	-0.051	-4.8385	-5.167
62	1.280	0.0797	0.0636	0.1107	-0.080	-0.069	-0.062	-0.053	-5.1385	-5.467
63	1.279	0.0787	0.0616	0.1107	-0.082	-0.071	-0.064	-0.055	-5.4385	-5.767
64	1.278	0.0777	0.0596	0.1107	-0.084	-0.073	-0.066	-0.057	-5.7385	-6.067
65	1.277	0.0767	0.0576	0.1107	-0.086	-0.075	-0.068	-0.059	-6.0385	-6.367
66	1.276	0.0757	0.0556	0.1107	-0.088	-0.077	-0.070	-0.061	-6.3385	-6.667
67	1.275	0.0747	0.0536	0.1107	-0.090	-0.079	-0.072	-0.063	-6.6385	-6.967
68	1.274	0.0737	0.0516	0.1107	-0.092	-0.081	-0.074	-0.065	-6.9385	-7.267
69	1.273	0.0727	0.0496	0.1107	-0.094	-0.083	-0.076	-0.067	-7.2385	-7.567
70	1.272	0.0717	0.0476	0.1107	-0.096	-0.085	-0.078	-0.069	-7.5385	-7.867
71	1.271	0.0707	0.0456	0.1107	-0.098	-0.087	-0.080	-0.071	-7.8385	-8.167
72	1.270	0.0697	0.0436	0.1107	-0.100	-0.089	-0.082	-0.073	-8.1385	-8.467
73	1.269	0.0687	0.0416	0.1107	-0.102	-0.091	-0.084	-0.075	-8.4385	-8.767
74	1.268	0.0677	0.0396	0.1107	-0.104	-0.093	-0.086	-0.077	-8.7385	-9.067
75	1.267	0.0667	0.0376	0.1107	-0.106	-0.095	-0.088	-0.079	-9.0385	-9.367
76	1.266	0.0657	0.0356	0.1107	-0.108	-0.097	-0.090	-0.081	-9.3385	-9.667
77	1.265	0.0647	0.0336	0.1107	-0.110	-0.099	-0.092	-0.083	-9.6385	-9.967
78	1.264	0.0637	0.0316	0.1107	-0.112	-0.101	-0.094	-0.085	-9.9385	-10.267
79	1.263	0.0627	0.0296	0.1107	-0.114	-0.103	-0.096	-0.087	-10.2385	-10.567
80	1.262	0.0617	0.0276	0.1107	-0.116	-0.105	-0.098	-0.089	-10.5385	-10.867
81	1.261	0.0607	0.0256	0.1107	-0.118	-0.107	-0.100	-0.091	-10.8385	-11.167
82	1.260	0.0597	0.0236	0.1107	-0.120	-0.109	-0.102	-0.093	-11.1385	-11.467
83	1.259	0.0587	0.0216	0.1107	-0.122	-0.111	-0.104	-0.095	-11.4385	-11.767
84	1.258	0.0577	0.0206	0.1107	-0.124	-0.113	-0.106	-0.097	-11.7385	-12.067
85	1.257	0.0567	0.0196	0.1107	-0.126	-0.115	-0.108	-0.099	-12.0385	-12.367
86	1.256	0.0557	0.0186	0.1107	-0.128	-0.117	-0.110	-0.101	-12.3385	-12.667
87	1.255	0.0547	0.0176	0.1107	-0.130	-0.119	-0.112	-0.103	-12.6385	-12.967
88	1.254	0.0537	0.0166	0.1107	-0.132	-0.121	-0.114	-0.105	-12.9385	-13.267
89	1.253	0.0527	0.0156	0.1107	-0.134	-0.123	-0.116	-0.107	-13.2385	-13.567
90	1.252	0.0517	0.0146	0.1107	-0.136	-0.125	-0.118	-0.109	-13.5385	-13.867
91	1.251	0.0507	0.0136	0.1107	-0.138	-0.127	-0.120	-0.111	-13.8385	-14.167
92	1.250	0.0497	0.0126	0.1107	-0.140	-0.129	-0.122	-0.113	-14.1385	-14.467
93	1.249	0.0487	0.0116	0.1107	-0.142	-0.131	-0.124	-0.115	-14.4385	-14.767
94	1.248	0.0477	0.0106	0.1107	-0.144	-0.133	-0.126	-0.117	-14.7385	-15.067
95	1.247	0.0467	0.0096	0.1107	-0.146	-0.135	-0.128	-0.119	-15.0385	-15.367
96	1.246	0.0457	0.0086	0.1107	-0.148	-0.137	-0.130	-0.121		