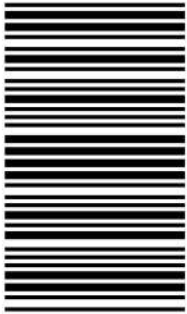


کد کنترل

473

A



473A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - سال ۱۴۰۰

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه

۹۹/۱۲/۱۵



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

رشته نانوفیزیک - (کد ۲۲۳۷)

مدت پاسخ گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - فیزیک پایه ۱، ۲ و ۳ (شامل کل کتاب فیزیک هالیدی آخرین ویرایش) - مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته - الکترومغناطیس و الکترودینامیک - ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱ - مبانی نانوتکنولوژی	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

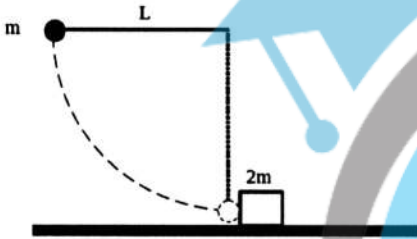
این آزمون نمره منفی دارد.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- گلوله فلزی به جرم m به انتهای میله صلبی به طول L که می‌تواند در صفحه‌ی قائم دوران کند متصل است. مطابق شکل میله از حالت افقی رها می‌شود. در انتهای مسیر یعنی جایی که میله در حالت قائم است، گلوله به مکعبی به جرم $2m$ که در حال سکون روی میز افقی قرار دارد برخورد می‌کند. اگر برخورد توپ با جسم کاملاً کشسان و ضریب اصطکاک بین مکعب و میز μ باشد، مکعب قبل از توقف چه مسافتی را روی میز می‌پیماید؟ (از جرم میله چشم‌پوشی شود. و میز فرض کنید گلوله و مکعب فقط یک بار با هم برخورد می‌کنند)



(۱) $4L / (9\mu)$

(۲) $2L / (3\mu)$

(۳) $L / (4\mu)$

(۴) L / μ

۲- ذره‌ای به جرم m در یک بُعد تحت تاثیر پتانسیل $U(x) = U_0 \left(\frac{x+a}{a} + \frac{a}{x} \right)$ حرکت می‌کند که U_0 و a کمیت‌های ثابت مثبتی هستند. x_0 مکان تعادل پایدار ذره و ω سرعت زاویه‌ای نوسان‌های کوچک حول این نقطه تعادل پایدار کدام‌اند؟

(۱) $x_0 = -a$ و $\omega = \sqrt{\frac{2U_0}{ma^2}}$

(۲) $x_0 = +a$ و $\omega = \sqrt{\frac{2U_0}{ma^2}}$

(۳) $x_0 = -a$ و $\omega = \sqrt{\frac{U_0}{2ma^2}}$

(۴) $x_0 = +a$ و $\omega = \sqrt{\frac{U_0}{2ma^2}}$

۳- در یک دستگاه مختصات لخت، تکانه‌ی زاویه‌ای یک ذره نسبت به مبدا مختصات O به صورت $\vec{L} = \vec{a} + \vec{b}t^2$ است، که در آن \vec{a} و \vec{b} دو بردار ثابت و عمود بر هم هستند. \vec{N} گشتاور نیروی وارد بر ذره نسبت به مبدا O هنگامی که زاویه‌ی میان بردارهای \vec{L} و \vec{N} برابر ۴۵ درجه است، کدام است؟ $(a = |\vec{a}|, b = |\vec{b}|)$

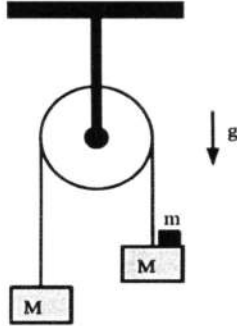
(۱) $\vec{N} = \vec{a} + 2a\vec{b}$

(۲) $\vec{N} = 2b\vec{b}$

(۳) $\vec{N} = 2\sqrt{a/b}\vec{b}$

(۴) $\vec{N} = 2\sqrt{ab}\vec{b}$

۴- دو مکعب هر کدام به جرم M به دو سر یک ریسمان بدون جرم متصل شده‌اند. ریسمان از روی یک قرقره‌ی بدون جرم که به سقف متصل است، عبور می‌کند. ریسمان روی قرقره بدون لغزش حرکت می‌کند. در ابتدا سیستم در حالت تعادل و ساکن است. جرم m را به آرامی مطابق شکل روی مکعب سمت راست قرار می‌دهیم. اندازه‌ی نیرویی که جرم m به این مکعب وارد می‌کند، کدام است؟



(۱) mg

(۲) $\left(\frac{mM}{M+m}\right)g$

(۳) $(M+m)g$

(۴) $\left(\frac{2Mm}{2M+m}\right)g$

۵- یک قطعه دی‌الکتریک کوچک و خنثی، با ضریب حساسیت الکتریکی χ_e در فاصله‌ی بسیار دور r از یک رسانای کوچک با بار Q قرار گرفته است. کدام عبارت در مورد نوع و اندازه نیروی الکتریکی میان این دی‌الکتریک و رسانا درست است؟

(۱) دافعه و اندازه آن متناسب با $\frac{\chi_e Q^2}{r^5}$ است. (۲) جاذبه و اندازه آن متناسب با $\frac{\chi_e Q^2}{r^3}$ است.

(۳) جاذبه و اندازه آن متناسب با $\frac{\chi_e Q^2}{r^5}$ است. (۴) دافعه و اندازه آن متناسب با $\frac{\chi_e Q^2}{r^3}$ است.

۶- یک جسم رسانای لوبیا شکل و بدون بار در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E}_0 قرار می‌گیرد. حضور رسانا بر روی میدان یکنواخت تاثیر می‌گذارد و میدان در اطراف رسانا برابر \vec{E} می‌شود. مقدار $|\vec{E}_0 - \vec{E}|$ با افزایش فاصله r از رسانا چگونه کاهش می‌یابد؟

(۱) متناسب با r^{-3} (۲) متناسب با r^{-2}

(۳) متناسب با r^{-4} (۴) متناسب با e^{-r/r_0} که r_0 از مرتبه‌ی اندازه رسانا است.

۷- صفحات یک خازن تخت بر محور z عموداند. یکی از صفحه‌ها در $z=0$ و در پتانسیل $V=0$ و صفحه‌ی دیگر در $z=d$ و در پتانسیل ثابت $V=V_0$ قرار دارد. بین صفحات خازن با یک ماده‌ی دی‌الکتریک با ضریب گذردهی ϵ کاملاً پر شده است. اگر پتانسیل الکتریکی در ناحیه میان دو صفحه خازن به صورت $V(z) = A + Bz - \frac{\rho_0}{\epsilon\alpha^2} e^{-\alpha z}$ باشد که α ضریبی ثابت و A و B ثابت‌هایی هستند که با شرایط مرزی تعیین می‌شوند، میدان الکتریکی در این ناحیه کدام است؟

(۱) $\frac{V_0}{d} - \frac{\rho_0}{\epsilon\alpha} e^{-\alpha z}$ (۲) $\left(\frac{\rho_0}{\epsilon\alpha^2 d} - \frac{V_0}{d}\right) - \frac{\rho_0}{\epsilon\alpha} e^{-\alpha z}$

(۳) $\frac{\rho_0}{\epsilon\alpha^2 d} (e^{-\alpha d} + \alpha d e^{-\alpha z})$ (۴) $\left(\frac{\rho_0}{\epsilon\alpha^2 d} - \frac{V_0}{d}\right) - \frac{\rho_0}{\epsilon\alpha^2 d} (e^{-\alpha d} + \alpha d e^{-\alpha z})$

۸- یک حلقه سیم مربعی شکل با مقاومت الکتریکی R در صفحه‌ی (x, y) به گونه‌ای قرار گرفته که رئوس‌های بر نقاط $(0, 0)$ ، $(0, L)$ ، $(L, 0)$ و (L, L) منطبق است. در این ناحیه میدان مغناطیسی غیریکنواخت و وابسته به زمان $\vec{B}(x, t) = -\alpha C t x^2 \hat{z}$ روشن است. جریان القایی در این حلقه در لحظه t کدام است؟ (C ضریب ثابتی است).

$$(1) \frac{\mu_0 C L^5}{t R^2}$$

$$(2) \frac{C L^4}{2 R}$$

$$(3) \frac{\mu_0 C L^5}{2 t R^2}$$

$$(4) \frac{C L^4}{R}$$

۹- یک موتور گرمایی که با $22/4$ مول گاز کامل کار می‌کند، چرخه‌ی زیر را طی می‌کند:
 الف) از حالت اولیه‌ی با فشار و حجم (p_1, V_1) در فشار ثابت سرد می‌شود تا به حالت (p_2, V_2) برسد.
 ب) سپس در حجم ثابت گرم می‌شود تا به حالت (p_2, V_2) برسد.
 ج) سپس طی یک فرایند بی‌دررو به حالت اولیه‌ی (p_1, V_1) برمی‌گردد. اگر ظرفیت گرمایی در فشار ثابت و در حجم ثابت در طول چرخه برای این گاز به ترتیب برابر C_p و C_v و $\gamma = C_p / C_v$ باشد، بازدهی گرمایی این موتور کدام است؟

$$(1) 1 - \gamma \frac{V_2 / V_1 - 1}{p_1 / p_2 - 1}$$

$$(2) 1 - \gamma \frac{V_1 / V_2 - 1}{p_2 / p_1 - 1}$$

$$(3) 1 - \gamma \frac{p_1 / p_2 - 1}{V_2 / V_1 - 1}$$

$$(4) 1 - \gamma \frac{p_2 / p_1 - 1}{V_1 / V_2 - 1}$$

۱۰- نمونه‌ای از یک گاز از فشار و حجم اولیه $p_0 = 128 \text{ Pa}$ و $V_0 = 2 \text{ m}^3$ با معادله تحول $p = a V^3$ به حجم نهایی $V_1 = 3 \text{ m}^3$ منبسط می‌شود که a ضریب ثابتی است. در این تحول چند ژول کار انجام می‌شود؟

$$(1) 260$$

$$(2) 304$$

$$(3) 128$$

$$(4) 432$$

۱۱- مسیر پویش آزاد مولکول‌های یک گاز ایده‌آل در دمای 400 K و فشار 5 Pa ، تقریباً چقدر است؟ (قطر هر مولکول گاز 2 آنگستروم و ثابت بولتزمن $k_B = 1/4 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ است).

$$(1) 6.4 \mu\text{m}$$

$$(2) 6.4 \text{ mm}$$

$$(3) 2.7 \text{ cm}$$

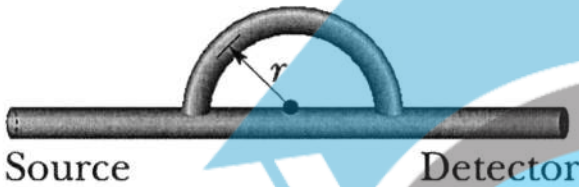
$$(4) 2.7 \text{ m}$$

۱۲- کدام معادله می تواند بیانگر معادله یک موج ایستاده در محیطی یک بعدی با طول موج 4 m باشد که ارتفاع قله های آن از حالت تعادل 20 cm است و در نقطه $x = 40\text{ cm}$ یک گره وجود دارد؟ (x و y بر حسب متر و t بر حسب ثانیه است).

$$y(x, t) = \frac{2}{5} \cos\left(\frac{\pi}{4}x - \frac{3\pi}{5}t\right) \cos 4t \quad (2) \qquad y(x, t) = \frac{1}{10} \cos\left(\frac{\pi}{4}x + 4t - \frac{3\pi}{5}\right) \quad (1)$$

$$y(x, t) = \frac{1}{5} \sin\left(\frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{5}t\right) \cos 6t \quad (4) \qquad y(x, t) = \frac{1}{5} \sin\left(\frac{\pi}{2}x - 6t - \frac{\pi}{5}\right) \quad (3)$$

۱۳- در شکل زیر صوت با طول موج 60 cm از یک چشمه مستقیما وارد یک لوله می شود که از یک بخش مستقیم و یک نیم دایره به شعاع r تشکیل شده است. صوتی که در بخش نیم دایره انتشار می یابد پس از عبور با موجی که از بخش مستقیم آمده ترکیب می شود. حداقل اندازه r چند سانتی متر باشد تا در مکان آشکارساز پس از تداخل، شدت کمینه حاصل شود؟



- (۱) $26/3$
- (۲) $52/6$
- (۳) $14/0$
- (۴) $9/6$

۱۴- پرتوی نور قطبیده خطی به مجموعه ای متشکل از دو صفحه قطبشگر ارسال می شود. نسبت به راستای قطبش نور تابشی، راستای قطبشگری صفحه اول زاویه θ و راستای قطبشگری صفحه دوم زاویه 90° می سازند. اگر $0/125$ از شدت نور تابشی اولیه از مجموعه دو صفحه قطبشگر عبور کند، اندازه θ چند درجه است؟

- (۱) 15
- (۲) 45
- (۳) $22/5$
- (۴) 30

۱۵- یک لکه بزرگ از ماده ای با ضریب شکست $1/2$ روی سطح آب دریاچه ای با ضریب شکست $1/4$ قرار دارد. نور خورشید از بالا بر این لکه می تابد. ضخامت این لکه 250 nm است. ناظری از داخل هواپیما به طور عمودی در حال مشاهده این لکه است. در نور بازتابی کدام طول موج مرئی بر حسب نانومتر، به سبب تداخل سازنده، روشن تر خواهد بود؟

- (۱) 700
- (۲) 600
- (۳) 400
- (۴) 467

۱۶- هامیلتونی یک سیستم در سه بعد $\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 (\hat{x}^2 + \hat{y}^2 + \hat{z}^2) - m\omega^2 x_0 \hat{x}$ است که

ω ، m و x_0 مقادیر ثابت حقیقی و ψ_n ها ویژه حالت های هامیلتونی هستند. کدام رابطه در مورد این سیستم نادرست است؟

$$\langle \psi_n | \hat{p}_x + \hat{p}_y + \hat{p}_z | \psi_n \rangle = 0 \quad (2) \qquad \langle \psi_n | \hat{x} | \psi_n \rangle = x_0 \quad (1)$$

$$\langle \psi_n | \hat{x} + \hat{y} + \hat{z} | \psi_n \rangle = 0 \quad (4) \qquad \langle \psi_n | \hat{p}_x | \psi_n \rangle = 0 \quad (3)$$

۱۷- تابع موج بهنجار یک نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی به صورت $\psi(x) = A\psi_0(x) + B\psi_1(x)$ است که توابع بهنجار $\psi_0(x)$ و $\psi_1(x)$ به ترتیب حالت پایه و اولین حالت برانگیخته‌ی این نوسانگرند. به ازای چه مقادیری از A و B مقدار میانگین عملگر مکان \hat{x} بیشینه است؟ (A و B ضرایب حقیقی‌اند).

(۱) $A = 0, B = 1$

(۲) $A = 1, B = 0$

(۳) $A = B = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(۴) $A = \frac{1}{2}, B = \frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۸- بردار حالت $|\psi\rangle$ ویژه حالت مشترک عملگر خطی A و عملگر پارته π است. اگر A و π با یکدیگر پادجابها شوند ($A\pi + \pi A = 0$) حاصل $A|\psi\rangle$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $|\psi\rangle$

(۳) $-|\psi\rangle$

(۴) $\frac{1}{2}|\psi\rangle$

۱۹- عملگر دوران حول محور y به اندازه زاویه θ یعنی عملگر $d(\theta) = e^{-i\theta J_y}$ در فضای هیلبرتی که شرط $J_y^3 = J_y$ برقرار است، به چه شکلی در می‌آید؟

(۱) $\cos\theta J_y + i\sin\theta J_y^2$

(۲) $1 + (\cos\theta - 1)J_y + i\sin\theta J_y^2$

(۳) $\cos\theta J_y - i\sin\theta J_y^2$

(۴) $1 + (\cos\theta - 1)J_y - i\sin\theta J_y^2$

۲۰- اگر U عملگر تحول زمانی شرودینگری، بالانویس H نشان‌گر دیدگاه هایزنبرگی و بالانویس S نشان‌گر دیدگاه شرودینگری باشد، کدام دسته از چهار گزاره‌های زیر درست هستند؟

(الف) در دیدگاه هایزنبرگی پایه‌های فضای هیلبرت در طول زمان با عملگر U^{-1} متحول می‌شوند.

(ب) در دیدگاه شرودینگری پایه‌های مکان یا تکانه در فضای هیلبرت در طول زمان ثابت هستند.

(ج) اگر $A^{(H)}$ مشاهده‌پذیری در دیدگاه هایزنبرگی و $\{|\alpha_i, 0\rangle\}$ ویژه‌حالت‌های آن در لحظه $t = 0$ با ویژه‌مقادیر α_i

باشند، حالت‌های $\{U^\dagger |\alpha_i, 0\rangle\}$ نیز ویژه‌حالت‌های همان عملگر در لحظه دلخواه $t > 0$ با همان ویژه‌مقادیر هستند.

(د) در دیدگاه شرودینگری، یک مشاهده‌پذیر تابع زمان همواره دارای ویژه‌مقادیری مستقل از زمان است.

(۱) الف، ب و ج

(۲) ب، ج و د

(۳) فقط الف و ب

(۴) فقط ب و د

۲۱- انرژی‌های یک سامانه چهار ترازه به ترتیب $E_4 = -5/5 eV$ و $E_3 = -7 eV$ ، $E_2 = -9 eV$ ، $E_1 = -14 eV$ است. اگر آهنگ گذار از تراز سوم به ترازهای اول و دوم به ترتیب $A_{31} = 7 \times 10^7 s^{-1}$ و $A_{32} = 1/3 \times 10^8 s^{-1}$ و آهنگ گذار از تراز چهارم به تراز سوم $A_{43} = 3 \times 10^8 s^{-1}$ باشد، طول عمر تابشی تراز سوم چند ثانیه است؟

(۱) $2/0 \times 10^{-9}$

(۲) $4/5 \times 10^{-8}$

(۳) $1/0 \times 10^{-8}$

(۴) $5/0 \times 10^{-9}$

۲۲- انرژی پتانسیل الکترونی که در فاصله X از سطح آزاد یک مایع هیدروژن قرار دارد به شکل

$$V(x) = \begin{cases} -\frac{\lambda}{x} & x > 0 \\ \infty & x \leq 0 \end{cases}$$

است که λ ضریب ثابت مثبت و محور X عمود بر سطح مایع است. اگر میدان

الکتریکی ثابت $\vec{E} = E_0 \hat{i}$ روشن شود و الکترون فقط بتواند در راستای X حرکت کند، انرژی حالت پایه الکترون تا مرتبه اول از E_0 کدام است؟

(تابع موج شعاعی اتم هیدروژن به شکل $R_{1,0}(r) = \frac{\chi(r)}{r} = \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$ است که $a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$)

(۱) $\frac{m_e \lambda^2}{2 \hbar^2} + \frac{2 \hbar^2 e E_0}{2 m_e \lambda}$

(۲) $\frac{m_e \lambda^2}{\hbar^2} - \frac{2 \hbar^2 e E_0}{2 m_e \lambda}$

(۳) $-\frac{m_e \lambda^2}{\hbar^2} + \frac{\hbar^2 e E_0}{2 m_e \lambda}$

۲۳- ذره‌ای به جرم m و انرژی $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ از پتانسیل کروی $V(r) = V_0 e^{-\lambda r^2}$ به طور کشسان پراکنده می‌شود. V_0 و λ مقادیر ثابت مثبتی هستند. سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی در تقریب اول بورن کدام است؟ (θ زاویه پراکندگی است.)

(۱) $\frac{\pi m^2 V_0^2}{4 \hbar^4 \lambda^3} \exp\left(-\frac{2 k^2 \sin^2(\theta/2)}{\lambda}\right)$

(۲) $\frac{m^2 V_0^2}{2 \hbar^4 \lambda^3} \exp\left(-\frac{k^2 \sin^2(\theta/2)}{2 \lambda}\right)$

(۳) $\frac{\pi m^2 V_0^2}{4 \hbar^4 \lambda^3} \exp\left(-\frac{2 k^2 \sin^2 \theta}{\lambda}\right)$

(۴) $\frac{m^2 V_0^2}{2 \hbar^4 \lambda^3} \exp\left(-\frac{k^2 \sin^2 \theta}{2 \lambda}\right)$

۲۴- یک پوسته کروی فرضی به مرکز O و شعاع R در فضایی که در آن بار الکتریکی ساکن وجود دارد در نظر بگیرید. اگر $\bar{\Phi}_S$ پتانسیل الکتریکی متوسط روی سطح این پوسته و Φ_0 پتانسیل الکتریکی در مرکز این پوسته باشد، کدام عبارت همواره درست است؟ (Q_{in} بار الکتریکی خالص داخل پوسته و Q_{out} بار الکتریکی خالص خارج پوسته است.)

(۱) اگر بار الکتریکی داخل پوسته وجود نداشته باشد $\Phi_0 = \bar{\Phi}_S$.

(۲) اگر بار الکتریکی داخل پوسته وجود نداشته باشد $\Phi_0 = \bar{\Phi}_S / 4\pi$.

(۳) اگر $Q_{in} \neq 0$ و $Q_{out} \neq 0$ در این صورت $\bar{\Phi}_S = Q_{in} / 4\pi\epsilon_0 R$.

(۴) اگر $Q_{in} \neq 0$ و $Q_{out} \neq 0$ در این صورت $\bar{\Phi}_S = Q_{out} / 4\pi\epsilon_0 R$.

۲۵- تابع گرین $G(\vec{x}, \vec{x}') = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \frac{4\pi}{2\ell+1} \left(\frac{r_{<}^{\ell}}{r_{>}^{\ell+1}} - \frac{r_{<}^{\ell} r_{>}^{\ell}}{R^{2\ell+1}} \right) Y_{\ell m}(\theta, \varphi) Y_{\ell m}^*(\theta', \varphi')$ مربوط به ناحیه داخلی

یک کره کروی به شعاع R با شرط مرزی دیریشله است. پتانسیل الکتریکی در ناحیه بین یک پوسته کروی عایق به شعاع a با توزیع بار سطحی $\sigma(a, \theta, \varphi)$ و یک پوسته رسانای کروی به شعاع b که در پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده کدام است؟ (دو پوسته به صورت هم مرکز قرار گرفته اند و

$$b > a \text{ و } A_{\ell m} = \int_{\theta'=0}^{\pi} \int_{\varphi'=0}^{2\pi} \sigma(a, \theta', \varphi') Y_{\ell m}^*(\theta', \varphi') a^2 d\Omega' \text{ است.}$$

$$\Phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} A_{\ell m} \frac{4\pi}{2\ell+1} \left(\frac{r}{b} \right)^{\ell} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{r} \left(\frac{b}{r} \right)^{2\ell} \right) Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \quad (۱)$$

$$\Phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} A_{\ell m} \frac{4\pi}{2\ell+1} \left(\frac{r}{a} \right)^{\ell} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b} \left(\frac{r}{b} \right)^{2\ell} \right) Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \quad (۲)$$

$$\Phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} A_{\ell m} \frac{4\pi}{2\ell+1} \left(\frac{a}{r} \right)^{\ell} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b} \left(\frac{r}{b} \right)^{2\ell} \right) Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \quad (۳)$$

$$\Phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} A_{\ell m} \frac{4\pi}{2\ell+1} \left(\frac{a}{b} \right)^{\ell} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r} \left(\frac{b}{r} \right)^{2\ell} \right) Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \quad (۴)$$

۲۶- توزیع باری در کل فضا با چگالی $\rho(\vec{x}) = \frac{1}{16} \sqrt{\frac{2}{15\pi}} \frac{e}{a_0^3} \left(\frac{r}{a_0}\right)^2 \exp(-r/a_0) Y_{22}(\theta, \varphi)$ وجود دارد. اگر در

هر نقطه پتانسیل الکتریکی را به صورت $\Phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \frac{4\pi}{2\ell+1} q_{\ell m} \frac{Y_{\ell m}(\theta, \varphi)}{r^{\ell+1}}$ بنویسیم،

ضریب‌های $q_{\ell m}$ کدام‌اند؟ (a_0 مقدار ثابتی است).

$$q_{\ell m} = 315 \sqrt{\frac{2}{15\pi}} e a_0^3 \delta_{\ell 2} \delta_{m 2} \quad (۲) \qquad q_{\ell m} = 45 \sqrt{\frac{2}{15\pi}} e a_0^3 \delta_{\ell 2} \delta_{m 2} \quad (۱)$$

$$q_{\ell m} = \frac{15}{2} \sqrt{\frac{2}{15\pi}} e a_0^3 \delta_{\ell 2} \delta_{m 2} \quad (۴) \qquad q_{\ell m} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{15\pi}} e a_0^3 \delta_{\ell 2} \delta_{m 2} \quad (۳)$$

۲۷- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) برای هر توزیع بار دلخواه، تعداد عناصر دکارتی مستقل تانسور 2^{ℓ} قطبی الکتریکی برابر $2\ell + 1$ است.

(۲) رد تانسور Q_{ij} ، تانسور چهارقطبی الکتریکی دکارتی، برای هر توزیع بار دلخواه صفر است.

(۳) برای یک توزیع بار دلخواه، ممان‌های چند قطبی الکتریکی دکارتی مرتبه ℓ مستقل از مبدأ مختصات‌اند.

(۴) برای هر توزیع بار دلخواه، تانسور دکارتی 2^{ℓ} قطبی الکتریکی نسبت به تعویض هر دو اندیس دلخواه متقارن است.

۲۸- پتانسیل نرده‌ای مغناطیسی در نقطه \vec{x} داخل و خارج کره‌ای به شعاع R با مغناطش یکنواخت

$\vec{M} = M_0 \hat{z}$ در مختصات کروی کدام است؟

$$\Phi_M(\vec{x}) = \frac{1}{3} M_0 R^2 \frac{r_{>}^2}{r_{<}^3} P_1(\cos\theta) \quad (۲) \qquad \Phi_M(\vec{x}) = \frac{1}{3} M_0 R^2 \frac{r_{<}^2}{r_{>}^3} P_1(\cos\theta) \quad (۱)$$

$$\Phi_M(\vec{x}) = \frac{1}{3} M_0 R^2 \frac{r_{>}^2}{r_{<}^3} P_2(\cos\theta) \quad (۴) \qquad \Phi_M(\vec{x}) = \frac{1}{3} M_0 R^2 \frac{r_{<}^2}{r_{>}^3} P_1(\cos\theta) \quad (۳)$$

۲۹- یک سیم‌لوله استوانه‌ای نامتناهی به شعاع R که در واحد طول آن n دور سیم حامل جریان I وجود

دارد در نظر بگیرید. در مختصات استوانه‌ای که محور z آن منطبق بر محور سیم‌لوله است پتانسیل

برداری در داخل و خارج سیم‌لوله کدام است؟ (ρ فاصله یک نقطه از محور z و $\hat{\phi}$ بردار یکه در مختصات

استوانه‌ای است. $\rho_{>}$ طول بزرگتر (کوچک‌تر) بین ρ و R است).

$$\mu_0 n I R \left(\frac{\rho_{<}}{\rho_{>}} \right) \hat{\phi} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \mu_0 n I R \left(\frac{\rho_{>}}{\rho_{<}} \right) \hat{\phi} \quad (۲)$$

$$\mu_0 n I R \left(\frac{\rho_{>}}{\rho_{<}} \right) \hat{\phi} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \mu_0 n I R \left(\frac{\rho_{<}}{\rho_{>}} \right) \hat{\phi} \quad (۴)$$

۳۰- یک موج الکترومغناطیسی تخت که در جهت \hat{z} منتشر می‌شود از ناحیه $z < 0$ که عایق و دارای ضریب شکست n_1 است به صورت عمود وارد ناحیه $z > 0$ که عایق و دارای ضریب شکست n_2 است، می‌شود. ضریب عبور کدام است؟

$$(1) \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

$$(2) \frac{4n_1n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

$$(3) \frac{2n_2}{n_1 + n_2}$$

$$(4) \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

۳۱- در ناحیه بین دو پوسته استوانه‌ای هم‌محور نامتناهی به شعاع‌های a و b ($b > a$) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\rho}\hat{\rho}$ و $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\hat{\phi}$ ایجاد شده است. محور z منطبق بر محور مشترک استوانه‌ها و بردارهای $(\hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{z})$ در مختصات استوانه‌ای هستند. مقدار تکانه خطی الکترومغناطیسی ذخیره شده در واحد طول استوانه برای فضای میان دو پوسته کدام است؟

$$(1) \frac{\mu_0 \lambda I}{\lambda \pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$(2) \frac{\mu_0 \lambda I}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$(3) \frac{\mu_0 \lambda I}{\lambda \pi} \left[\frac{b}{a} - \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right]$$

$$(4) \frac{\mu_0 \lambda I}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{b}{a} - \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right]$$

۳۲- یک میله مغناطیسی با حجم 2 m^3 در دمای ثابت 6 K قرار دارد. میدان مغناطیسی خارجی H به آرامی از مقدار صفر تا $10^8 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ افزایش می‌یابد. اگر رفتار مغناطیسی میله براساس معادله کوری و ضریب کوری برابر $5 \times 10^{-9}\text{ K}$ باشد، مقدار کار انجام شده روی میله در این فرایند تقریباً چند ژول است؟

(1) ۲/۶۲ (2) ۰/۵۲ (3) ۱/۰۴ (4) ۵/۲۴

۳۳- سیستمی متشکل از N اتم در نظر بگیرید که هر اتم دارای ممان مغناطیسی ذاتی μ است. در حضور میدان مغناطیسی خارجی H ممان مغناطیسی القایی در این سیستم به شکل $M = N\mu(\coth\theta - \theta^{-1})$ است که $\theta = \mu \frac{H}{k_B T}$ در حد دماهای بالا χ پذیرفتاری مغناطیسی سیستم چگونه تابعی از دمای T است؟

(1) $\frac{N\mu^3 H}{3k_B T^2}$ (2) $\frac{N\mu^2}{2k_B T}$ (3) $\frac{N\mu^3 H}{2k_B T^2}$ (4) $\frac{N\mu^2}{3k_B T}$

۳۴- در محدوده‌ای از دما، فشار بخار آب تابعی از دما به شکل $P = \kappa \exp\left(\frac{A+BT}{C+DT}\right)$ است که A, B, C, D و κ

مقادیر ثابتی هستند. اگر حجم ویژه مایع ناچیز و بخار را بتوان گازی کامل در نظر گرفت، گرمای نهان تبخیر چگونه تابعی از دما است؟ (R ثابت عمومی گازها است.)

$$(1) R(BC - AD)(T / (C + DT))^2$$

$$(2) RT(BC - AD)(A + BT)^2 / (C + DT)^2$$

$$(3) R(BC + AD)(T / (C + DT))^2$$

$$(4) RT(BC + AD)(A + BT)^2 / (C + DT)^2$$

۳۵- گاز الکترونی آزاد غیرنسبیتی با تعداد N الکترون در حجم V و انرژی شیمیایی μ با تابع توزیع

$\langle n_{\epsilon} \rangle = \left(1 + e^{\beta(\epsilon - \mu)}\right)^{-1}$ را در نظر بگیرید که $\beta = (k_B T)^{-1}$. مقدار μ در دمای صفر مطلق کدام است؟ (h ثابت پلانک و m_e جرم الکترون است.)

$$(1) \frac{h^2}{m_e} \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{V}{N}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2) \frac{h^2}{2m_e} \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{V}{N}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$(3) \frac{h^2}{2m_e} \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{V}{N}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (4) \frac{h^2}{m_e} \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{V}{N}\right)^{\frac{1}{2}}$$

۳۶- کدام عبارت در مورد a_{\uparrow} ضریب ویریال دوم برای یک گاز فرمیونی ایده‌ال و یک گاز بوزونی ایده‌ال درست است؟

(بسط ویریال به شکل $\frac{P}{k_B T} = \sum_{\ell=1}^{\infty} a_{\ell} n^{\ell}$ است که n تعداد ذرات گاز در واحد حجم است.)

- (۱) برای گاز فرمیونی $a_{\uparrow} < 0$ و برای گاز بوزونی $a_{\uparrow} > 0$ است.
- (۲) برای هر دو نوع گاز $a_{\uparrow} > 0$ است.
- (۳) برای هر دو نوع گاز $a_{\uparrow} < 0$ است.
- (۴) برای گاز فرمیونی $a_{\uparrow} > 0$ و برای گاز بوزونی $a_{\uparrow} < 0$ است.

۳۷- در دماهای بسیار پایین (نزدیک صفر مطلق)، تابعیت دمایی گرمای ویژه در حجم ثابت ${}^4\text{He}$ و ${}^3\text{He}$ به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

$$(1) T^3, T^2 \quad (2) T, T^3 \quad (3) T, T^2 \quad (4) T, T$$

۳۸- همه روش‌های نامبرده زیر در مورد ساخت نانوساختارها از روش‌های از پایین به بالا به‌شمار می‌آیند، به‌جز:

- (۱) کندوسوز لیزری
- (۲) انباشت بخار شیمیایی
- (۳) سل - ژل
- (۴) پاشش (اسپری) حرارتی

۳۹- در تولید نانوساختارها، کدام عبارت در مورد روش رشد روشانی ناهمگون (heteroepitaxy) نادرست است؟

- (۱) برای تولید ادوات نانو نیمه‌رسانا، روشی مناسب نیست.
- (۲) زیر لایه از نوع کریستال است و ماده‌ای هم که روی آن می‌نشیند به شکل کریستال در می‌آید.
- (۳) ماده‌ای که روی زیر لایه نشاند می‌شود، در حالت مایع یا گاز می‌تواند باشد.
- (۴) جنس ماده زیر لایه و لایه نشاند شده روی آن مختلف است.

- ۴۰- اندازه ضریب دی الکتریک نانو کریستال های یک ماده دی الکتریک در مقایسه با مقدار این کمیت در حالت حجیم آن ماده چگونه است؟
- (۱) کمتر است.
 - (۲) بزرگ تر است.
 - (۳) تفاوتی ندارد.
 - (۴) برای برخی مواد بزرگ تر و برای برخی مواد کمتر است.
- ۴۱- برای اندازه گیری اسپین تک الکترون کدام ابزار به کار گرفته می شود؟
- (۱) طیف سنجی جرمی یون ثانویه (SIMS)
 - (۲) میکروسکوپ روبشی تونلی (STM)
 - (۳) دیود تونلی تشدید (RTD)
 - (۴) میکروسکوپ نیروی تشدید مغناطیسی (MRFM)
- ۴۲- کدام عبارت در مورد روش پراکندگی پرتو ایکس زاویه کوچک (SAXS) نادرست است؟
- (۱) برای تعیین اندازه نانوذرات با ساختارهای کریستالی و آمورف به کار می رود.
 - (۲) برای تعیین ویژگی های نانو ساختارهای غیرفلزی و زیستی کارآمدی ندارند.
 - (۳) برای تشخیص ناهمگونی در ساختار مواد در محدوده یک تا صد نانومتر به کار می رود.
 - (۴) برای تعیین ویژگی های مواد مزوپور (موادمتخلخل با تخلخل های یک تا پنجاه نانومتر) کاربرد دارد.
- ۴۳- در روش ساخت نانولوله های کربنی به روش قوس الکتریکی از دو الکتروود از جنس کربن که به فاصله چند میکرون از هم قرار دارند استفاده می شود. کدام عبارت در مورد این روش درست است؟
- (۱) نانولوله ها روی الکتروود مثبت ایجاد می شوند و به شکل نانولوله های چند دیواره هستند.
 - (۲) نانولوله ها روی الکتروود منفی ایجاد می شوند و به شکل نانولوله های تک دیواره هستند.
 - (۳) نانولوله ها روی الکتروود منفی ایجاد می شوند و به شکل نانولوله های چند دیواره هستند.
 - (۴) نانولوله ها روی الکتروود مثبت ایجاد می شوند و به شکل نانولوله های تک دیواره هستند.
- ۴۴- استحکام کششی برای گرافن تا حدود چند گیگاپاسکال گزارش شده است؟
- (۱) ۱۳۰۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۱۳۰ (۴) ۵
- ۴۵- در کاربردهای پزشکی همه ویژگی های زیر از امتیازهای نانوذرات طلا به شمار می آیند، به جز:
- (جفت شدن = conjugation)
- (۱) آسانی تولید
 - (۲) سازگاری زیستی خوب
 - (۳) قابلیت تنظیم خواص نوری
 - (۴) عدم جفت شدن با مولکول های زیستی