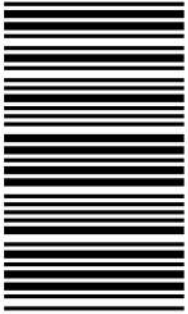


کد کنترل

503

A



503A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - سال ۱۴۰۰

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه

۹۹/۱۲/۱۵



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

رشته مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی - (کد ۲۳۲۲)

مدت پاسخ گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - ریاضیات مهندسی - مکانیک محیط پیوسته - تئوری الاستیسیته	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

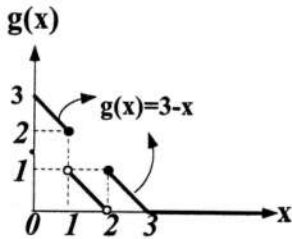
امضا:

۱- اگر در بازه $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ تساوی $x - [x] - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{n\pi}{\ell} x + b_n \sin \frac{n\pi}{\ell} x)$ برقرار باشد، حاصل

کدام است؟ $\frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^3 (a_n \cos \frac{n\pi}{4\ell} + b_n \sin \frac{n\pi}{4\ell})$

(۱) $\frac{-3}{2\pi}$ (۲) $\frac{-2}{3\pi}$ (۳) $\frac{2}{3\pi}$ (۴) $\frac{3}{2\pi}$

۲- با توجه به معادله انتگرالی $g(x) = \int_0^{\infty} h(t) \cos(xt) dt$ ، مقدار $h(\pi)$ ، کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{\pi^2}$ (۲) $\frac{2}{\pi^3}$ (۳) $\frac{4}{\pi^2}$ (۴) $\frac{4}{\pi^3}$

۳- اگر تبدیل فوری تابع $f(t) = e^{-\alpha|t|}$ به ازای $\alpha > 0$ برابر $F(\omega) = \frac{2\alpha}{\omega^2 + \alpha^2}$ باشد، حاصل انتگرال

کدام است؟ $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2x + 10)^2}$

- (۱) $\frac{\pi}{54}$ (۲) $\frac{\pi}{36}$ (۳) $\frac{\pi}{24}$ (۴) $\frac{\pi}{18}$

۴- مقدار β در معادله دیفرانسیل $g''(t) + (\alpha + \beta t^2)g(t) = 0$ چقدر باشد، تا اتحاد

برقرار باشد؟ $g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-2i\pi xt} dt$

- (۱) 2π (۲) $2\pi^2$ (۳) $-4\pi^2$ (۴) $-\pi^2$

۵- اگر $P_n(x)$ چند جمله‌ای لژاندر درجه n باشد، حاصل $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{P_n(0)}{2^n}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۲) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۶- فرض کنید $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$ است. مقدار α کدام باشد، تا حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{J_{\frac{1}{2}}(x)}{x^\alpha}$ یک عدد حقیقی ناصفر شود؟
(J نمایش تابع بسل است.)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۷- اگر تابع گرین (Green) متناظر با جواب مسئله $\begin{cases} y'' + 2y' + y = x \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$ به صورت $G(x, t) = g(x, t)e^{-(x+t)}$ باشد، کدام است $g(x, t)$ ؟

(۱) $\begin{cases} x & 0 \leq x \leq t \\ \frac{t(1-x)}{1-t} & t < x \leq 1 \end{cases}$

(۲) $\begin{cases} \frac{t(1-x)}{1-t} & 0 \leq x \leq t \\ x & t < x \leq 1 \end{cases}$

(۳) $\begin{cases} \frac{t(1-x)}{x} & 0 \leq x \leq t \\ x & t < x \leq 1 \end{cases}$

(۴) $\begin{cases} x & 0 \leq x \leq t \\ t(1-x) & t < x \leq 1 \end{cases}$

۸- مسئله انتقال حرارت در حالت پایدار (مانا) روی یک صفحه رسانای نیم‌دایره‌ای شکل به مرکز مبدأ مختصات و شعاع $a > 0$ به صورت $\nabla^2 u(r, \theta) = 0$ را در نظر بگیرید. اگر $u(r, 0) = u(r, \pi) = 0$ و $u(a, \theta) = T$ باشند،

مقدار دمای صفحه در نقطه $(\frac{a}{2}, \frac{\pi}{2})$ ، کدام است؟

(۲) $\frac{T}{2\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)4^k}$

(۱) $\frac{2T}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)4^k}$

(۴) $\frac{T}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)4^k}$

(۳) $\frac{T}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)4^k}$

۹- جواب معادله دیفرانسیل زیر با شرایط اولیه داده شده، کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x \partial t} + \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} + \sin t = 0, & x > 0, t > 0 \\ w(0, t) = 0, & t \geq 0 \\ w(x, 0) = x, & x \geq 0 \end{cases}$$

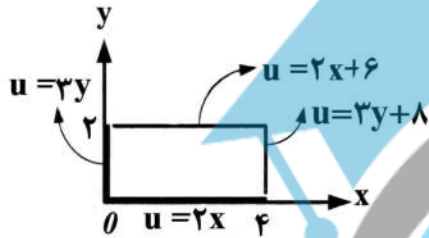
(۲) $\frac{1}{2}(e^{-t} + \cos t + \sin t)x$

(۱) $\frac{1}{4}(2e^{-t} + 2\cos t - \sin t)x$

(۴) $\frac{1}{2}(e^{-t} + \cos t - \sin t)x$

(۳) $\frac{1}{4}(2e^{-t} + 2\cos t + \sin t)x$

۱۰- مسئله پتانسیل $\nabla^2 u = 0$ را با شرایط کرانه‌ای داده شده مطابق شکل زیر، در نظر بگیرید. حاصل



کدام است، $u(1, 2/5) - u(3, 0/5)$ ؟

(۱) $-7/5$

(۲) 0

(۳) $1/5$

(۴) 2

۱۱- حاصل $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x dx}{x(x^2+1)}$ ، کدام است؟

(۴) $\pi(2+e^{-1})$

(۳) $\pi(1+e^{-1})$

(۲) $\pi(2-e^{-1})$

(۱) $\pi(1-e^{-1})$

۱۲- با استفاده از اتحاد $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}; |q| < 1$ ، حاصل $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} (1+i)^n$ ، کدام است؟

(۴) $i+1$

(۳) $i-1$

(۲) $1-i$

(۱) i

۱۳- حاصل $\frac{1}{\pi i} \oint_{|z|=2} (z+1)^3 \sinh \frac{1}{z-1} dz$ ، کدام است؟

(۴) 12

(۳) 16

(۲) 18

(۱) 24

۱۴- مانده تابع $f(z) = \frac{z^{-4}}{z^2 - 2z \cosh 1 + 1}$ در دیسک $0 < |z| < 1/5$ ، حول نقطه $z=0$ ، کدام است؟

(۴) $\frac{e^{-4} - e^4}{2 \sinh 1}$

(۳) $\frac{e^4 - e^{-4}}{2 \sinh 1}$

(۲) $\frac{-1}{2e^4 \sinh 1}$

(۱) $\frac{-1}{2e^4 \sinh 1}$

۱۵- با فرض $c \neq n\pi$ ، منحنی $\frac{x^2}{\sin^2 c} - \frac{y^2}{\cos^2 c} = 1$ ، تحت نگاهت $w = u + iv = \sin^{-1} z$ ، به کدام منحنی تبدیل می‌شود؟

(۴) خط $v = c$

(۳) خط $u = c$

(۲) هذلولی

(۱) بیضی

۱۶- اگر بردارهای ویژه و مقادیر ویژه ماتریس A به ترتیب برابر x و λ باشند، آنگاه بردارهای ویژه و مقادیر ویژه ماتریس

A^5 ، کدام است؟

(۱) λ, x

(۲) λ^5, x

(۳) λ, x^5

(۴) λ^5, x^5

۱۷- اگر B_{ij} یک تانسور کارتیزین پادمتقارن باشد، آنگاه برای بردار $b_i = \frac{1}{\sqrt{3}} \epsilon_{ijk} B_{jk}$ حاصل $\epsilon_{pqi} b_i$ ، برابر کدام است؟

(۱) $\frac{1}{\sqrt{3}} B_{pq}$

(۲) B_{pq}

(۳) $\sqrt{3} B_{pq}$

(۴) $\delta_{ij} B_{pq}$

۱۸- اگر محورهای مختصات، امتدادهای اصلی تنش در یک نقطه باشند، مؤلفه عمودی تراکشن (t_n) در صفحه‌ای با

برداریکه $n = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 + e_2 - e_3)$ ، برابر کدام است؟

(یادآوری: $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ ، $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$)

(۱) $\frac{I_1}{3\sqrt{3}}(e_1 + e_2 - e_3)$

(۲) $\frac{I_1}{3}(e_1 + e_2 - e_3)$

(۳) $\frac{I_1}{\sqrt{3}}(e_1 + e_2 - e_3)$

(۴) $\sqrt{3} I_1 (e_1 + e_2 - e_3)$

۱۹- اگر میدان برداری V به صورت زیر باشد، آنگاه حاصل $\nabla \times V$ برابر کدام است؟

$$V = \frac{-x_2 i_1 + x_1 i_2}{(x_1^2 + x_2^2)}$$

(۱) $\frac{-i_1 + i_2}{(x_1^2 + x_2^2)^2}$

(۲) $\frac{i_1 - i_2}{(x_1^2 + x_2^2)^2}$

(۳) $\frac{-i_1 + i_2}{(x_1^2 + x_2^2)}$

(۴) 0

۲۰- اگر \vec{T} تانسور مرتبه ۲ و \vec{u} بردار باشد، حاصل عبارت $\text{div}(\vec{T}\vec{u})$ ، برابر کدام است؟

(۱) $\text{div}(\vec{T}) \cdot \vec{u} + \text{tr}[\vec{T}^T(\vec{\nabla}\vec{u})]$

(۲) $\text{div}(\vec{T}) \cdot \vec{u} + \text{tr}[\vec{T}(\vec{\nabla}\vec{u})]$

(۳) $\text{div}(\vec{T}^T) \cdot \vec{u} + \text{tr}[\vec{T}(\vec{\nabla}\vec{u})]$

(۴) $\text{div}(\vec{T}^T) \cdot \vec{u} + \text{tr}[\vec{T}^T(\vec{\nabla}\vec{u})]$

۲۱- اگر میدان تغییر شکل محیط پیوسته‌ای به صورت زیر باشد:

$$x_1 = \sqrt{2}X_1 + \frac{3\sqrt{2}}{4}X_2, \quad x_2 = -X_1 + \frac{3}{4}X_2 + \frac{\sqrt{2}}{4}X_3, \quad x_3 = X_1 - \frac{3}{4}X_2 + \frac{\sqrt{2}}{4}X_3$$

راستای المان خطی با نسبت راستاهای ۱:۱:۱ در توصیف مادی بعد از تغییر فرم، کدام است؟

(۲) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2}-1 \\ \sqrt{2}+1 \end{bmatrix}$

(۱) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2}-1 \\ \sqrt{2}+1 \end{bmatrix}$

(۴) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2}+1 \\ \sqrt{2}-1 \end{bmatrix}$

(۳) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2}+1 \\ \sqrt{2}-1 \end{bmatrix}$

۲۲- میدان سرعت اولبری در یک محیط پیوسته به صورت زیر است.

$$v_1 = \alpha x_2 - \beta x_3, \quad v_2 = \beta x_3 - \gamma x_1, \quad v_3 = \gamma x_1 - \alpha x_2$$

که در آن α, β, γ ثابت هستند. نرخ کشیدگی پاره خط مادی که در زمان جاری در راستا، $\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ باشد، کدام است؟

(۱) $\gamma - \alpha$

(۲) $\alpha - \gamma$

(۳) $\frac{\alpha - \gamma}{2}$

(۴) $\frac{\gamma - \alpha}{2}$

۲۳- فرض کنید مؤلفه‌های سرعت حرکت یک جسم به صورت زیر باشد، با لحاظ نمودن معادله پیوستگی به فرم

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad \text{رابطه چگالی بر حسب پارامترها به کدام صورت خواهد بود؟}$$

$$v_2 = v_3 = 0, \quad v_1 = -\frac{X_1^2}{(1+tX_1)^2} = -x_1^2 \quad (x_1, X_1, t > 0)$$

(۲) $\frac{\rho_0}{(1-tx_1)^2}$

(۱) $\frac{\rho_0}{1-tx_1}$

(۴) $\rho_0(1-tx_1)^2$

(۳) $\rho_0(1-tx_1)$

۲۴- در تانسور زیر، بردار ویژه نظیر مقدار ویژه حقیقی، در کدام صفحه واقع است؟

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -3 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

(۱) $x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$

(۲) $x_1 - 2x_2 - x_3 = 5$

(۳) $-x_1 + 2x_2 - x_3 = 5$

(۴) $x_1 + 2x_2 - x_3 = 5$

۲۵- در معادله بین تنش و کرنش داده شده، کدام عبارت برای حالتی که $i = j$ باشد، صحیح است؟

$$\sigma_j^i = \frac{E}{1+\nu} \left(E_j^i + \frac{\nu}{1-2\nu} E_m^m \delta_j^i \right)$$

(۱) $\frac{E}{(1+2\nu)} E_m^m$

(۲) $\frac{E}{1-2\nu} E_m^m$

(۳) $\frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} E_m^m$

(۴) $\frac{(1+\nu)E}{(1-\nu)(1+2\nu)} E_m^m$

۲۶- برای یک جامد الاستیک خطی ناهمسانگرد، صفحه عمود بر $\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ صفحه تقارنی ماده است. کدام رابطه برای

تانسور الاستیسیته C_{ijkl} ماده برقرار است؟

(۱) $C_{1111} = -C_{2222}$

(۲) $C_{1111} = -C_{2222}$

(۳) $C_{1111} = C_{2222}$

(۴) $C_{1111} = C_{2222}$

۲۷- تانسور تنش را در دو حالت زیر در نظر بگیرید. تنش برشی بیشینه در حالت ب چند برابر حالت الف است؟

(ب) $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \tau & 0 & 0 \\ 0 & -\tau & 0 \\ 0 & 0 & 2\tau \end{bmatrix}$

(الف) $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \tau & \tau & 0 \\ \tau & \tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۲۸- اگر میدان سرعت اوپلری در یک محیط پیوسته به صورت زیر باشد، آنگاه شتاب ذره در نقطه x ، کدام است؟

$$v_1 = -Ax_2, \quad v_2 = Ax_1, \quad v_3 = B$$

(۱) $-A^2(x_1, x_2, 0)$

(۲) $A^2(x_1, x_2, 0)$

(۳) $-A(x_1, x_2, 0)$

(۴) $A(x_1, x_2, 0)$

۲۹- گرادینان تغییر شکل همگن در یک محیط تراکم ناپذیر به صورت $\vec{F} = \begin{bmatrix} a & d & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ است. رابطه بین پارامترها برای آن که مساحت سطح مرجع عمود بر \vec{e}_1 تغییر نکند، برابر کدام است؟

(۱) $abc = 1$

(۲) $a^2 + b^2 = c^2 d^2$

(۳) $b^2 + d^2 = a^2 c^2$

(۴) $b^2 c^2 + c^2 d^2 = 1$

۳۰- تانسور تنش کوشی زیر در نقطه‌ای از یک محیط پیوسته داده شده است، روی کدام یک از سطوح زیر در این نقطه تنش قائم صفر است؟

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} 100 & 100 & 0 \\ 100 & -300 & 0 \\ 0 & 0 & 200 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

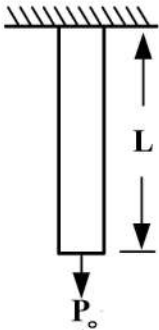
(۱) $x_1 - x_2 = 4$

(۲) $x_1 + x_2 = 4$

(۳) $x_1 - x_3 = 4$

(۴) $x_1 + x_3 = 4$

۳۱- در شکل زیر انرژی کرنشی کل در میله منشوری به طول L ، مقطع A و وزن مخصوص γ تحت بار P_0 و وزن خودش، کدام است؟



(۱) $\frac{\gamma^2 AL^3}{6E} + \frac{P_0^2 L}{2AE}$

(۲) $\frac{\gamma^2 AL^3}{2E} + \frac{\gamma P_0 L^2}{6E}$

(۳) $\frac{\gamma^2 AL^3}{6E} + \frac{\gamma P_0 L^2}{2E} + \frac{P_0^2 L}{2AE}$

(۴) $\frac{\gamma^2 AL^3}{2E} + \frac{\gamma P_0 L^2}{6E} + \frac{P_0^2 L}{2AE}$

۳۲- در نمونه تحت تنش صفحه‌ای $(\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0)$ ، اگر $\sigma_x = 2\sigma_y$ باشد، شیب منحنی تنش - کرنش در راستای x برابر کدام است؟

(۲) $\frac{E}{2-\nu}$

(۱) $\frac{E}{1-2\nu}$

(۴) $\frac{2E}{2-\nu}$

(۳) $\frac{2E}{1-\nu}$

۳۳- در مسائل دوبعدی، تنش برشی ماکزیمم (τ_{max}) برحسب نامتغیرهای تنش (I_1, I_2) ، به کدام صورت است؟

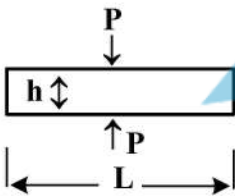
(۲) $\sqrt{\frac{1}{4}I_1^2 - I_2}$

(۱) $\sqrt{\frac{1}{4}I_2^2 - I_1}$

(۴) $\sqrt{\frac{1}{4}I_2 - I_1^2}$

(۳) $\sqrt{\frac{1}{4}I_1 - I_2^2}$

۳۴- میله منشوری به طول L و ضخامت h ، تحت نیروی P قرار دارد. تغییر طول میله برابر کدام است؟



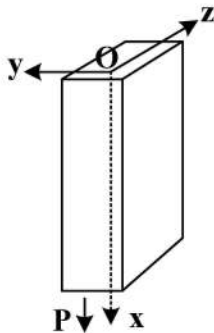
(۱) $\delta = \frac{vPh}{AE}$

(۲) $\delta = \frac{vPL}{AE}$

(۳) $\delta = \frac{(1-\nu)PL}{AE}$

(۴) $\delta = \frac{(1-\nu)Ph}{AE}$

۳۵- سطح کروی در میله منشوری با یک سرگیردار و یک سر تحت کشش، بعد از بارگذاری، به کدام شکل تبدیل می‌شود؟



(۱) سهموی

(۲) بیضی

(۳) کره با قطر بزرگ‌تر

(۴) کره با قطر کوچک‌تر

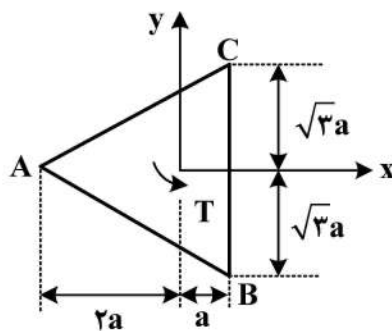
۳۶- در شکل زیر میله‌ای منشوری با مقطع مثلث متساوی‌الاضلاع به طول L ، تحت پیچش T قرار دارد. تنش برشی ماکزیمم (τ_{max}) ، برابر کدام است؟

AB: $x + \sqrt{3}y = -2a$

AC: $x - \sqrt{3}y = -2a$

BC: $x = a$

$\nabla^2 \phi = -2G\alpha$



(۱) $\frac{1}{2}G\alpha a$

(۲) $\frac{1}{3}G\alpha a$

(۳) $\frac{2}{3}G\alpha a$

(۴) $\frac{3}{2}G\alpha a$

۳۷- وضعیت تنش در نقطه‌ای از یک ماده به صورت زیر است.

$$T = \begin{pmatrix} 12 & 12 & 0 \\ 12 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{pmatrix}$$

اگر مدول یانگ و مدول حجمی این ماده به ترتیب 100 و 50 باشد، حداکثر کرنش برشی در این نقطه کدام است؟

- (۱) 0.14
- (۲) 0.21
- (۳) 0.42
- (۴) 0.84

۳۸- تانسور کرنش در یک ناحیه الاستیک به صورت زیر داده شده است.

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} ay^2 & -2axy & 0 \\ -2axy & bx^2 & 0 \\ 0 & 0 & cx^2 \end{bmatrix}$$

در صورت سازگاری کرنش، کرنش حجمی در این ناحیه، کدام است؟

- (۱) $a(y^2 - 3x^2)$
- (۲) $a(y^2 + 3x^2)$
- (۳) $a(y^2 + (c-3)x^2)$
- (۴) $a(y^2 + (3+c)x^2)$

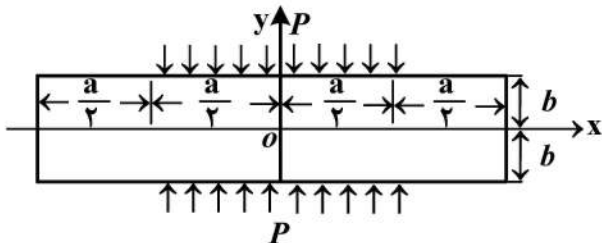
۳۹- در میله‌ای با مقطع A و تحت بار محوری P ، اگر $v = 0.25$ باشد، نسبت دانسیته انرژی تغییر شکل، U_d ، به دانسیته انرژی تغییر حجم U_v ، برابر کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۵

۴۰- تیری مطابق شکل زیر توسط بار گسترده یکنواخت P در بازه $-\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2}$ و $-b < y < b$ به صورت فشاری بارگذاری شده است. بنا در نظر گرفتن تابع تنش به فرم

$$\sigma = \sum_{n=1}^{\infty} \{A_n \cosh(\lambda_n y) + B_n \sinh(\lambda_n y)\} \cos(\lambda_n x)$$

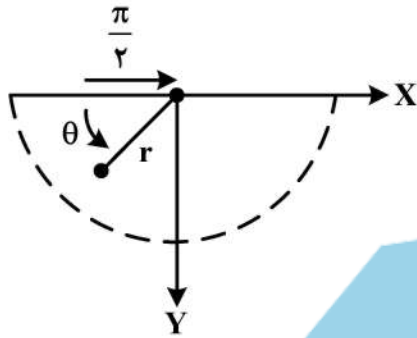
و شرایط مرزی مناسب، λ_n کدام است؟



- (۱) $(2n-1) \frac{\pi}{2a}$
- (۲) $(2n+1) \frac{\pi}{2a}$
- (۳) $(2n-1) \frac{\pi}{a}$
- (۴) $(2n+1) \frac{\pi}{a}$

۴۱- تنش σ_r در ناحیه نیمه بی‌نهایت شکل زیر، برابر کدام است؟

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2}, \sigma_\theta = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2}, \tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \\ \phi = (a_1 r \log r + a_2 r \theta) \cos \theta + (a_3 r \log r + a_4 r \theta) \sin \theta \end{cases}$$



- (۱) $-\frac{\cos \theta}{\pi r}$
- (۲) $\frac{-2 \cos \theta}{\pi r}$
- (۳) $-\frac{\cos \theta}{r}$
- (۴) $\frac{2 \cos \theta}{r}$

۴۲- صفحه نازک و بی‌نهایت بزرگ مطابق شکل زیر دارای سوراخی کوچک به شعاع a است. درپوش صلبی را به شعاع $a + \delta$ ، $\delta \ll a$ در سوراخ این صفحه جا می‌زنیم. ماده صفحه دارای مدول یانگ E و نسبت پواسون ν است. حداکثر تنش برشی در لبه سوراخ صفحه برابر کدام است؟
(روابط تنش شعاعی و محیطی در استوانه تحت فشار داخلی P به شعاع داخلی a و خارجی b عبارتند از:



$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{-a^2 b^2 P}{(b^2 - a^2) r^2} + \frac{a^2 P}{b^2 - a^2} \\ \sigma_\theta = \frac{a^2 b^2 P}{(b^2 - a^2) r^2} + \frac{a^2 P}{b^2 - a^2} \end{cases}$$

- (۱) $\frac{E\delta}{a(1-\nu)}$
- (۲) $\frac{E\delta}{a(1+\nu)}$
- (۳) $\frac{Ea}{\delta(1+\nu)}$
- (۴) $\frac{Ea}{\delta(1-\nu)}$

۴۳- تابع تنش ایری برای حل یک مسئله تنش صفحه‌ای در ناحیه مستطیلی $0 \leq x \leq L$ ، $-c \leq y \leq c$ و با ضخامت واحد در راستای z به صورت $\phi = c_1 x^4 + c_2 x^3 y^2$ است. در لبه $x = L$ ، برآیند نیروی افقی H ، عمودی V و گشتاور M حول مرکز لبه، برابر کدام است؟

- (۱) $M = 0$ ، $V = 4c_2 c L^3$ ، $H = 0$
- (۲) $M = 0$ ، $V = 0$ ، $H = 4c_2 c L^3$
- (۳) $M = 4c_2 c^2 L^3$ ، $V = 0$ ، $H = 0$
- (۴) $M = 0$ ، $V = 0$ ، $H = 4c_2 c L^3$

۴۴- کدام رابطه، بیانگر انرژی کرنشی U_v بخش کروی تنش بر حسب کرنش حجمی e است؟

- (۱) $\frac{Ee^2}{6(1-2\nu)}$
- (۲) $\frac{6Ee^2}{(1-2\nu)}$
- (۳) $\frac{(1-2\nu)Ee^2}{6}$
- (۴) $\frac{Ee^2}{1-2\nu}$

۴۵- در شکل زیر ورق نازکی در معرض بار برشی یکنواخت روی لبه‌ها قرار دارد، حداکثر تنش برشی مطلق در ورق برابر

کدام است؟

(۱) τ_0

(۲) $\frac{\tau_0}{\cos\beta}$

(۳) $\tau_0 \tan\beta$

(۴) $\frac{\tau_0}{\sin\beta}$

