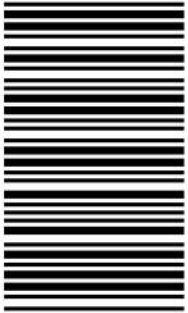


کد کنترل

521

A



521A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - سال ۱۴۰۰

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه

۹۹/۱۲/۱۵



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

رشته مهندسی پزشکی - بیومکانیک - (کد ۲۳۴۸)

مدت پاسخ گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - ریاضیات عمومی ۱ و ۲ - معادلات دیفرانسیل - مبانی بیومکانیک - مکانیک محیط پیوسته	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- فرض کنید $z = \alpha + i\beta$ یک ریشه مختلط $z^3 + qz + r = 0$ باشد. در این صورت α در کدام معادله زیر صدق می‌کند؟ (r و q اعداد حقیقی‌اند).

(۱) $8\alpha^3 - 2q\alpha + r = 0$

(۲) $2\alpha^3 - 2q\alpha - r = 0$

(۳) $8\alpha^3 + 2q\alpha - r = 0$

(۴) $2\alpha^3 + 2q\alpha + r = 0$

۲- معادله $x^2 = [x] + [2-x]$ ، چند جواب دارد؟

(۱) معادله یک جواب دارد.

(۲) معادله دو جواب دارد.

(۳) معادله چهار جواب دارد.

(۴) معادله فاقد جواب است.

۳- زاویه بین خطوط مماس بر منحنی‌های قطبی $r = 3(1 - \cos \theta)$ و $r = 3(1 + \cos \theta)$ ، در نقاط تلاقی، کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{2}$

(۲) $\frac{\pi}{3}$

(۳) $\frac{\pi}{4}$

(۴) صفر

۴- مثلثی را در ربع اول صفحه مختصات در نظر بگیرید. دو ضلع مثلث بر محورهای مختصات و ضلع سومش بر خط

مماس بر منحنی $y = e^{-x}$ ، واقع است. بیشترین مساحت ممکن مثلث کدام است؟

(۱) e

(۲) $2e$

(۳) $\frac{2}{e}$

(۴) $\frac{1}{e}$

۵- اگر به ازای هر $x > 0$ تابع پیوسته و دو بار مشتق پذیر f در تساوی $2 \int_0^x f(t) dt = x(\ln x - 1) + \int_0^x t^2 f''(t) dt$ صدق کند، $f(x)$ کدام است؟

(۱) $c_1 x^2 + c_2 x^2 + \frac{1}{2} \ln x - \frac{1}{4}$

(۲) $c_1 x^{-1} + c_2 x^2 + \frac{1}{2} \ln x - \frac{1}{4}$

(۳) $c_1 x + c_2 x^2 + \ln x + 2$

(۴) $c_1 x + c_2 x^2 + \ln x - 2$

۶- سهمی $x = \frac{1}{6} y^2$ ، قرص $4x^2 + y^2 \leq 4$ را به دو قسمت تقسیم می کند. مساحت ناحیه بزرگ تر کدام است؟

(۱) $\frac{8\pi - \sqrt{3}}{6}$

(۲) $\frac{8\pi + \sqrt{3}}{6}$

(۳) $\frac{4\pi - 5\sqrt{3}}{6}$

(۴) $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{6}$

۷- انحنای منحنی $e^{xy^2} + (2x+1)y = 2$ ، در نقطه ای به طول $x = 0$ ، کدام است؟

(۱) $2/3 \sqrt{10}$

(۲) $0/23 \sqrt{10}$

(۳) $2/3$

(۴) $0/23$

۸- حاصل انتگرال $\int_0^\pi \int_x^\pi \frac{\sin y}{y} dy dx$ ، کدام است؟

(۱) ۰

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) ۲

۹- اگر $\begin{cases} u = x + y + z \\ uv = y + z \\ uvw = z \end{cases}$ باشد، آنگاه $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)}$ ، کدام است؟

(۱) $u^2 v$

(۲) uv^2

(۳) uw^2

(۴) vw^2



۱۰- فرض کنید S سطح کره‌ای به شعاع ۲ و مرکز مبدأ مختصات باشد. حاصل $I = \iint_S xdy dz + ydxdz + zdx dy$

کدام است؟

(۱) 4π

(۲) 8π

(۳) 16π

(۴) 32π

۱۱- جواب معادله دیفرانسیل $x^2y^2y' + xy^3 = 2$ ، به صورت $y = \frac{1}{x}\sqrt[3]{f(x)}$ با شرط $f(0) = 1$ ، مقدار $y(-1)$

کدام است؟

(۱) $-\sqrt[3]{2}$

(۲) $-\sqrt[3]{4}$

(۳) $-\sqrt[3]{6}$

(۴) -2

۱۲- جواب معادله دیفرانسیل $y'' + (y+2)y' = 0$ ، با شرایط اولیه $y(0) = -1, y'(0) = 2$ به صورت چندجمله‌ای

$f(x, y) = 0$ است. در این صورت قدر مطلق مجموع ضرایب توان‌های مختلف x و y کدام است؟

(۱) $\frac{14}{3}$

(۲) ۴

(۳) $\frac{10}{3}$

(۴) $\frac{8}{3}$

۱۳- جواب معادله انتگرالی $e^t y(t) = 2t^2 e^t - \int_0^t y(u) e^u du$ ، کدام است؟

(۲) $1 + 2t + 2t^2 + e^{2t}$

(۱) $-1 + 2t + 2t^2 + e^{-2t}$

(۴) $-1 + 2t + 2t^2 + e^{2t}$

(۳) $1 - 2t + 2t^2 + e^{-2t}$

۱۴- دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید. اگر $L\{x(t)\} = X(s)$ باشد، مقدار $X(1)$ کدام است؟

($D^n y = y^{(n)}$)

$$\begin{cases} D^2 x(t) + 3x(t) = 2y(t) \\ D^2 x(t) + D^2 y(t) = 3x(t) - 5y(t) \\ x(0) = y(0) = 0 \\ Dx(0) = 3, Dy(0) = 2 \end{cases}$$

(۲) $\frac{9}{10}$

(۱) ۱

(۴) صفر

(۳) $\frac{4}{5}$

۱۵- اگر $f(x) = e^x = \sum_{n=0}^{\infty} c_n P_n(x)$ (که در آن $P_i(x)$ تابع لژاندار مرتبه i ام است) باشد، مقدار c_3 کدام است؟

(راهنمایی: $((n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x))$)

- (۱) $12 \sinh(1) + 30$ (۲) $30 - 12 \sinh(1)$
- (۳) $\frac{259}{2e} - 35 \sinh(1)$ (۴) $\frac{259}{2e} + 35 \sinh(1)$

۱۶- رابطه ساختاری برای سیال ویسکوز در حالت کلی به شکل زیر است:

$$\beta_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + \gamma (\delta_{ik} \delta_{jl} - \delta_{il} \delta_{jk})$$

در این رابطه δ ، دلتای کرونگر و λ ، μ و γ سه ضریب ویسکوزیته هستند. اگر خون را یک ماده ایزوتروپ بتوان در نظر گرفت، کدام گزینه در کلی ترین حالت در مورد این سه ضریب صحیح است؟

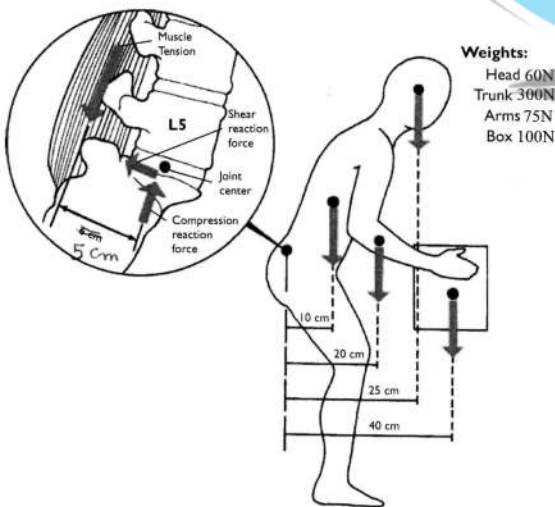
- (۱) $\lambda \neq 0, \mu \neq 0, \gamma = 0$ (۲) $\lambda = 0, \mu \neq 0, \gamma = 0$
- (۳) $\lambda = 0, \mu = 0, \gamma \neq 0$ (۴) $\lambda \neq 0, \mu = 0, \gamma \neq 0$

۱۷- شخصی بر روی صفحه نیرو (Force Plate) ایستاده است. تفاوت موقعیت مرکز نیروی اعمالی بر روی صفحه نیرو (x_{cop}) و تصویر مرکز ثقل (x_{cog}) در راستای قدامی خلفی (x) برای آن، از کدام رابطه به دست می آید؟

(\bar{I} ممان اینرسی حول مرکز ثقل و h ارتفاع مرکز ثقل از زمین است.)

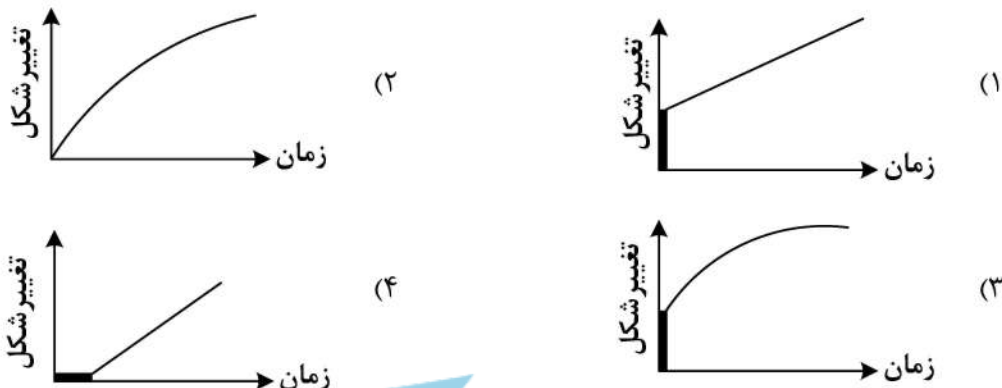
- (۱) $\frac{\bar{I}\alpha}{GRF_z}$
- (۲) $\frac{\bar{I}\alpha}{GRF_x}$
- (۳) $\frac{(\bar{I}\alpha - h GRF_x)}{GRF_z}$
- (۴) $\frac{(\bar{I}\alpha - h GRF_z)}{GRF_x}$

۱۸- در شکل زیر اگر وزن جعبه دو برابر شود، نیروی وارد بر عضله چند برابر می شود؟



- (۱) ۲
- (۲) ۱/۴
- (۳) ۱/۲
- (۴) ۱/۱

۱۹- کدام رفتار مربوط به مدل ماکسول است؟



۲۰- دو عنصر از عناصر تشکیل دهنده ساختار جامد بافت دیواره شریان رشته‌های کلاژن و الاستیک است. با دور شدن

از قلب، نسبت الاستین به کلاژن ($\frac{e}{c}$) و شریان‌ها به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟

- (۱) افزایش - نرم‌تر (۲) کاهش - نرم‌تر (۳) افزایش - سخت‌تر (۴) کاهش - سخت‌تر

۲۱- کدام ماده ناهمسانگرد (غیرایزوتروپ) تلقی می‌شود؟

- (۱) از دو جنس مختلف ترکیب شده باشد.
 (۲) دانسیته آن در نقاط مختلف، متفاوت باشد.
 (۳) خواص مکانیکی آن در جهات مختلف، متفاوت باشد.
 (۴) خواص مکانیکی آن در پاسخ به بارگذاری‌های مختلف، متفاوت باشد.

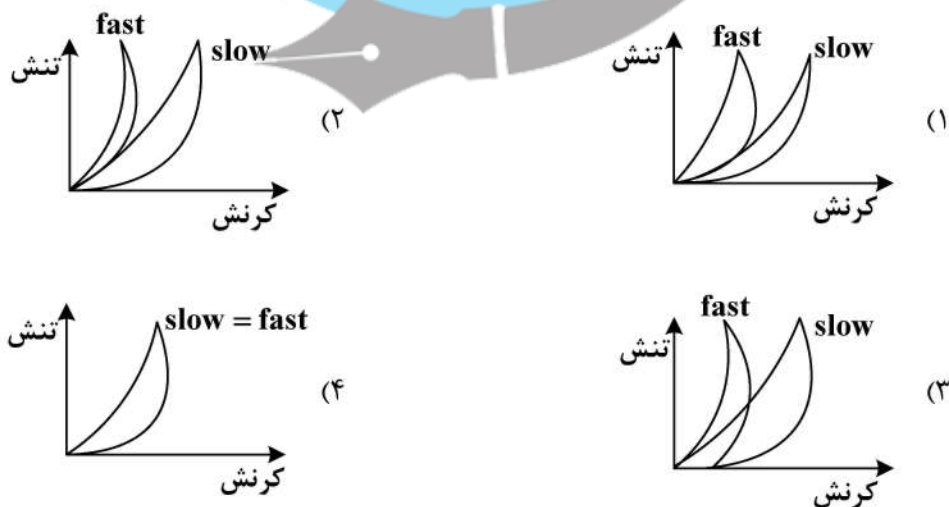
۲۲- بافت بیولوژیک یک محیط متخلخل از یک بخش جامد حفره‌دار و سیال جاری در حفره‌ها تشکیل شده است. اگر

از روش گرمادرمانی برای افزایش دمای قابل توجه بافت برای از بین بردن سلول‌های سرطانی استفاده کنیم، با افزایش حجم سیال درون بافت، نرخ انتقال حرارت رسانایی و نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی به ترتیب (از راست به چپ) چه تغییری می‌کند؟

- (۱) افزایش - افزایش (۲) کاهش - کاهش (۳) کاهش - افزایش (۴) افزایش - کاهش

۲۳- اگر یک ماده ویسکوالاستیک را در دو سرعت متفاوت (fast, slow) تحت بارگذاری و باربرداری قرار دهیم، کدام

منحنی نشان‌دهنده میزان اتلاف انرژی ماده فوق می‌شود؟



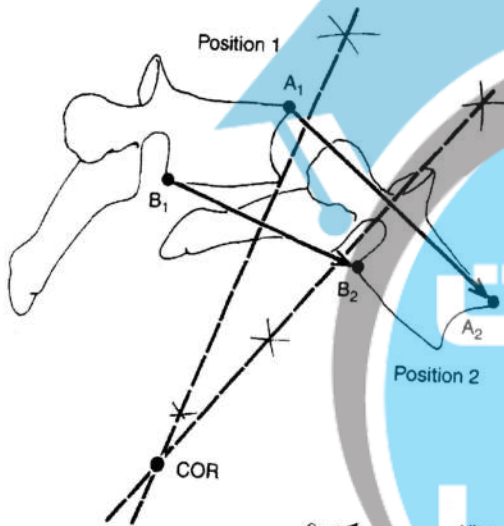
۲۴- دیواره شریان از سه لایه تشکیل شده است. کدام گزینه در مورد تنش وارد بر دیواره شریان و پاسخ مکانیکی آن صحیح است؟

- (۱) در اثر اعمال فشار، بیشترین تنش در لایه خارجی است.
- (۲) در اثر اعمال فشار، بیشترین تنش در لایه داخلی است.
- (۳) بخش اندکی از تنش را لایه میانی تحمل می کند.
- (۴) لایه داخلی، بالاترین سختی را دارد.

۲۵- دیواره قلب دارای حرکت نوسانی است که از رابطه $A \cos(\omega t)$ پیروی می کند (A ثابت، ω فرکانس نوسان). کدام گزینه در مورد سرعت جریان خون ناشی از حرکت دیواره قلب، صحیح است؟ (n راستای عمود بر دیواره)

- (۱) با افزایش n، ω افزایش می یابد.
- (۲) با افزایش n، ω کاهش می یابد.
- (۳) با افزایش n، A افزایش می یابد.
- (۴) با افزایش n، A کاهش می یابد.

۲۶- در صورت ابتلا به ناپایداری مهره، کمترین میزان شعاع دوران در شکل زیر، در یک سیکل کامل دامنه حرکتی چه تغییری می کند؟



- (۱) متغیر است.
- (۲) ثابت می ماند.
- (۳) افزایش می یابد.
- (۴) کاهش می یابد.

۲۷- در هماتوکریت $H = 50\%$ ، با افزایش نرخ برش، ویسکوزیته خون چه تغییری می کند؟

- (۱) افزایش می یابد.
- (۲) کاهش می یابد.
- (۳) ابتدا کاهش می یابد و سپس ثابت می شود.
- (۴) ابتدا افزایش می یابد و سپس ثابت می شود.

۲۸- افزایش غلظت آلبومین و گلبولین در پلاسما، به ترتیب چه تأثیری بر ویسکوزیته خون دارد؟

- (۱) کاهش، افزایش
- (۲) افزایش، کاهش
- (۳) افزایش، افزایش
- (۴) کاهش، کاهش

۲۹- کدام شکستگی، از نوع شکستگی کامل در استخوان نیست؟

- (۱) خردشده
- (۲) عرضی
- (۳) گرین استیک
- (۴) ماریچی

۳۰- در چه شرایطی، خون انسان مانند یک جامد رفتار می کند؟

- (۱) نرخ برشی افزایش یابد.
- (۲) نرخ برشی به صفر میل کند.
- (۳) تنش تسلیم به صفر میل کند.
- (۴) مقدار هماتوکریت افزایش یابد.

۳۱- اگر بردارهای ویژه و مقادیر ویژه ماتریس A به ترتیب برابر x و λ باشند، آنگاه بردارهای ویژه و مقادیر ویژه ماتریس

- A^5 ، کدام است؟
- (۱) $\Delta\lambda, x$
 - (۲) $\lambda, \Delta x$
 - (۳) λ, x^{Δ}
 - (۴) λ^{Δ}, x

۳۲- اگر B_{ij} یک تانسور کارتیزین پادمتقارن باشد، آنگاه برای بردار $b_i = \frac{1}{\gamma} \epsilon_{ijk} B_{jk}$ حاصل $\epsilon_{pqi} b_i$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\gamma} B_{pq}$
- (۲) B_{pq}
- (۳) γB_{pq}
- (۴) $\delta_{ij} B_{pq}$

۳۳- اگر محورهای مختصات، امتدادهای اصلی تنش در یک نقطه باشند، مؤلفه عمودی تراکشن (t_n) در صفحه‌ای با

برداریکه $n = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 + e_2 - e_3)$ برابر کدام است؟

(یادآوری: $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ ، $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$)

- (۱) $\frac{I_1}{3\sqrt{3}}(e_1 + e_2 - e_3)$
- (۲) $\frac{I_1}{3}(e_1 + e_2 - e_3)$
- (۳) $\frac{I_1}{\sqrt{3}}(e_1 + e_2 - e_3)$
- (۴) $\sqrt{3}I_1(e_1 + e_2 - e_3)$

۳۴- اگر میدان برداری V به صورت زیر باشد، آنگاه حاصل $\nabla \times V$ برابر کدام است؟

$$V = \frac{-x_2 i_1 + x_1 i_2}{(x_1^2 + x_2^2)}$$

- (۱) $\frac{-i_1 + i_2}{(x_1^2 + x_2^2)^2}$
- (۲) $\frac{i_1 - i_2}{(x_1^2 + x_2^2)^2}$
- (۳) $\frac{-i_1 + i_2}{(x_1^2 + x_2^2)}$
- (۴) \circ

۳۵- اگر \vec{T} تانسور مرتبه ۲ و \vec{u} بردار باشد، حاصل عبارت $\text{div}(\vec{T}\vec{u})$ ، برابر کدام است؟

(۱) $\text{div}(\vec{T}) \cdot \vec{u} + \text{tr}[\vec{T}^T(\vec{\nabla}\vec{u})]$

(۲) $\text{div}(\vec{T}) \cdot \vec{u} + \text{tr}[\vec{T}(\vec{\nabla}\vec{u})]$

(۳) $\text{div}(\vec{T}^T) \cdot \vec{u} + \text{tr}[\vec{T}(\vec{\nabla}\vec{u})]$

(۴) $\text{div}(\vec{T}^T) \cdot \vec{u} + \text{tr}[\vec{T}^T(\vec{\nabla}\vec{u})]$

۳۶- اگر میدان تغییر شکل محیط پیوسته‌ای به صورت زیر باشد:

$$x_1 = \sqrt{2}X_1 + \frac{3\sqrt{2}}{4}X_2, \quad x_2 = -X_1 + \frac{3}{4}X_2 + \frac{\sqrt{2}}{4}X_3, \quad x_3 = X_1 - \frac{3}{4}X_2 + \frac{\sqrt{2}}{4}X_3$$

راستای المان خطی با نسبت راستاهای ۱:۱:۱ در توصیف مادی بعد از تغییر فرم، کدام است؟

(۲) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2}-1 \\ \sqrt{2}+1 \end{bmatrix}$

(۱) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2}-1 \\ \sqrt{2}+1 \end{bmatrix}$

(۴) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2}+1 \\ \sqrt{2}-1 \end{bmatrix}$

(۳) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2}+1 \\ \sqrt{2}-1 \end{bmatrix}$

۳۷- میدان سرعت اولبری در یک محیط پیوسته به صورت زیر است.

$$v_1 = \alpha x_2 - \beta x_3, \quad v_2 = \beta x_3 - \gamma x_1, \quad v_3 = \gamma x_1 - \alpha x_2$$

که در آن α, β, γ ثابت هستند. نرخ کشیدگی پاره خط مادی که در زمان جاری در راستا، $\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ باشد، کدام است؟

(۱) $\gamma - \alpha$

(۲) $\alpha - \gamma$

(۳) $\frac{\alpha - \gamma}{2}$

(۴) $\frac{\gamma - \alpha}{2}$

۳۸- فرض کنید مؤلفه‌های سرعت حرکت یک جسم به صورت زیر باشد، با لحاظ نمودن معادله پیوستگی به فرم

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad \text{رابطه چگالی بر حسب پارامترها به کدام صورت خواهد بود؟}$$

$$v_2 = v_3 = 0, \quad v_1 = -\frac{X_1^2}{(1+tX_1)^2} = -x_1^2 \quad (x_1, X_1, t > 0)$$

(۲) $\frac{\rho_0}{(1-tx_1)^2}$

(۱) $\frac{\rho_0}{1-tx_1}$

(۴) $\rho_0(1-tx_1)^2$

(۳) $\rho_0(1-tx_1)$

۳۹- در تانسور زیر، بردار ویژه نظیر مقدار ویژه حقیقی، در کدام صفحه واقع است؟

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -3 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

(۱) $x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$

(۲) $x_1 - 2x_2 - x_3 = 5$

(۳) $-x_1 + 2x_2 - x_3 = 5$

(۴) $x_1 + 2x_2 - x_3 = 5$

۴۰- در معادله بین تنش و کرنش داده شده، کدام عبارت برای حالتی که $i = j$ باشد، صحیح است؟

$$\sigma_j^i = \frac{E}{1+\nu} \left(E_j^i + \frac{\nu}{1-2\nu} E_m^m \delta_j^i \right)$$

(۱) $\frac{E}{(1+2\nu)} E_m^m$

(۲) $\frac{E}{1-2\nu} E_m^m$

(۳) $\frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} E_m^m$

(۴) $\frac{(1+\nu)E}{(1-\nu)(1+2\nu)} E_m^m$

۴۱- برای یک جامد الاستیک خطی ناهمسانگرد، صفحه عمود بر $\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ صفحه تقارنی ماده است. کدام رابطه برای

تانسور الاستیسیته C_{ijkl} ماده برقرار است؟

(۱) $C_{1111} = -C_{2222}$

(۲) $C_{1111} = -C_{2222}$

(۳) $C_{1111} = C_{2222}$

(۴) $C_{1111} = C_{3333}$

۴۲- تانسور تنش را در دو حالت زیر در نظر بگیرید. تنش برشی بیشینه در حالت ب چند برابر حالت الف است؟

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \tau & 0 & 0 \\ 0 & -\tau & 0 \\ 0 & 0 & 2\tau \end{bmatrix} \text{ (ب)}$$

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \tau & \tau & 0 \\ \tau & \tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ (الف)}$$

(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۴۳- اگر میدان سرعت اوپلری در یک محیط پیوسته به صورت زیر باشد، آنگاه شتاب ذره در نقطه x ، کدام است؟

$$v_1 = -Ax_2, \quad v_2 = Ax_1, \quad v_3 = B$$

(۱) $-A^2(x_1, x_2, 0)$

(۲) $A^2(x_1, x_2, 0)$

(۳) $-A(x_1, x_2, 0)$

(۴) $A(x_1, x_2, 0)$

۴۴- گرادیان تغییر شکل همگن در یک محیط تراکم ناپذیر به صورت $\bar{F} = \begin{bmatrix} a & d & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ است. رابطه بین پارامترها برای آن که مساحت سطح مرجع عمود بر e_1 تغییر نکند، برابر کدام است؟

(۱) $abc = 1$

(۲) $a^2 + b^2 = c^2 d^2$

(۳) $b^2 + d^2 = a^2 c^2$

(۴) $b^2 c^2 + c^2 d^2 = 1$

۴۵- تانسور تنش کوشی زیر در نقطه‌ای از یک محیط پیوسته داده شده است، روی کدام یک از سطوح زیر در این نقطه تنش قائم صفر است؟

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} 100 & 100 & 0 \\ 100 & -300 & 0 \\ 0 & 0 & 200 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

(۱) $x_1 - x_2 = 4$

(۲) $x_1 + x_2 = 4$

(۳) $x_1 - x_3 = 4$

(۴) $x_1 + x_3 = 4$

