www.tahsilatetakmili.com

کد کنترل
676
A

676A

«اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۷/۱۲/۳
دفترچهٔ شمارهٔ (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ـ سال ۱۳۹۸

رشتهٔ فوتونیک ـ کد (۲۲۳۹)

تعداد سؤال: ۴۵

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه تخصصی: فیزیک مدرن ـ مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ـ الکترومغناطیس و الکترودینامیک	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

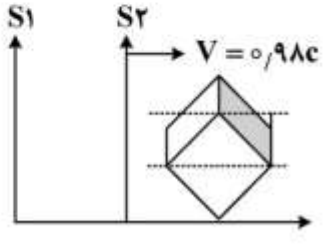
www.tahsilatetakmili.com

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... در جلسهٔ این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- طول ضلع مکعبی نسبت به ناظر ساکن نسبت به مکعب a است. اگر مکعب با سرعت $۰/۹۸c$ در امتداد یکی از قطرهای یکی از وجه‌هایش نسبت به ناظری حرکت کند، این ناظر حجم مکعب را $ka^۳$ اندازه‌گیری می‌کند مقدار k چقدر است؟



۱) ۰/۲۰
۲) ۰/۳۸
۳) ۰/۵۲
۴) ۰/۴۵

۲- حداقل انرژی جنبشی یک الکترون بسیار پرانرژی چقدر باشد تا پس از برخورد رودر رو با یک الکترون ساکن، دو الکترون، یک پروتون و یک پادپروتون، $e^- + e^- \to e^- + e^- + p^+ + \bar{p}^-$ ، تولید شود؟ ($m_e c^۲$ و $m_p c^۲$ به‌ترتیب انرژی سکون الکترون و پروتون است.)

۱) $۲m_p c^۲\left(۱+\frac{۲m_p}{m_e}\right)$
۲) $۲m_p c^۲\left(۲+\frac{m_e}{m_p}\right)$
۳) $۲m_p c^۲\left(۱+\frac{۲m_e}{m_p}\right)$
۴) $۲m_p c^۲\left(۲+\frac{m_p}{m_e}\right)$

۳- یک الکترون نسبیتی با انرژی جنبشی ۴MeV در ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی ثابت ۲T عمود بر راستای میدان حرکت می‌کند. شعاع حرکت الکترون تقریباً چند میلی‌متر است؟ (انرژی سکون الکترون ۰/۵MeV است.)

۱) ۰/۷۵
۲) ۰/۸۴
۳) ۸/۴
۴) ۷/۵

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

۴- یک ذره بنیادی که به‌همراه پاد ذرهٔ خود در خلاء با هم تولید شده‌اند دارای طول عمر $۷\times۱۰^{-۲۰}\ s$ می‌باشند. مرتبهٔ بزرگی حداقل انرژی جرم سکون این ذره چند الکترون ولت است؟

۱) ۱۰

۲) $۱۰^{۴}$

۳) $۱۰^{۷}$

۴) $۱۰^{۱۱}$

۵- شدت یک پرتو تک فام از فوتون‌هایی با طول موج $۶۰۰nm$ برابر $۱۰^{-۵}\ \frac{W}{m^{۲}}$ است. چند فوتون در حجم $۱cm^{۳}$ از این باریکه وجود دارد؟

۱) ۰/۱

۲) ۱۰

۳) $۱۰^{۳}$

۴) $۱۰^{۵}$

۶- انرژی فوتونی چقدر باشد تا پس از برخورد به الکترون ساکنی به جرم m_e و بروز پراکندگی کامپتون، زاویهٔ بین‌الکترون و فوتون پراکنده شده ۹۰° و زاویهٔ فوتون پراکنده شده با راستای فوتون فرودی ۶۰° باشد؟

۱) $m_e c^{۲}$

۲) $۲m_e c^{۲}$

۳) $۳m_e c^{۲}$

۴) $\frac{۳}{۲}m_e c^{۲}$

۷- در یک آزمایش فوتوالکتریک نوری با طول موج $۱۱۰nm$ به یک فلز می‌تابد، اگر با اعمال اختلاف پتانسیل $۵\ V$ جریان فوتو الکترون‌ها قطع شود، تندی بیشینه این الکترون‌ها چند $\frac{m}{s}$ است؟ ($me = ۹/۱\times۱۰^{-۳۱}\ kg$)

۱) $۱/۳\times۱۰^{۳}$

۲) $۱/۸\times۱۰^{۴}$

۳) $۱/۳\times۱۰^{۶}$

۴) $۱/۸\times۱۰^{۷}$

۸- دمای یک جسم سیاه ۲۷ درجه سانتی‌گراد است. اگر دمای آن ۱/۵ درجه سانتی‌گراد افزایش دهیم، مقدار انرژی گرمایی تابشی از سطح آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

۱) ۱/۵

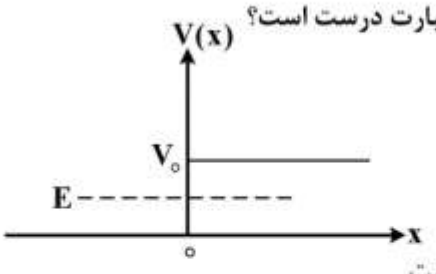
۲) ۲

۳) ۳

۴) ۶

www.tahsilatetakmili.com

۹- ذره‌ای با انرژی کل $E < V_0$ تحت انرژی پتانسیل پله‌ای زیر قرار دارد، کدام عبارت درست است؟



۱) در ناحیه $x > 0$ احتمال حضور ذره مقدار ثابت غیرصفری است.

۲) در ناحیه $x > 0$ احتمال حضور ذره و شار جریان احتمال هر دو صفرند.

۳) در ناحیه $x > 0$ احتمال حضور ذره وجود دارد اما شار جریان احتمال صفر است.

۴) در ناحیه $x > 0$ شار جریان احتمال غیرصفر و برابر شار جریان احتمال در ناحیه $x < 0$ است.

۱۰- پیکربندی عنصری در جدول تناوبی به‌صورت $(Ar)(4s)^2(3d)^5$ است. توصیف طیف‌نمایی حالت پایه این عنصر کدام است؟

۱) $^3S_{\frac{5}{2}}$

۲) $^6S_{\frac{5}{2}}$

۳) $^3S_{\frac{3}{2}}$

۴) $^6S_{\frac{3}{2}}$

۱۱- با صرفنظر از نیروی دافعه الکترون‌ها در اتم هلیوم، انرژی حالت پایه اتم هلیوم چند الکترون ولت است؟

۱) $-39/4$

۲) $-54/4$

۳) $-78/8$

۴) $-108/8$

۱۲- یک اتم هیدروژن در یک میدان مغناطیسی یکنواخت B_0 درنظر بگیرید. اگر تکانه زاویه‌ای مداری الکترون حول هسته $(\ell = 1)\sqrt{2}\hbar$ باشد انرژی بر هم کنش ناشی از تکانه زاویه‌ای کل (مداری + اسپینی) الکترون با میدان مغناطیسی برابر $m\mu_B B_0$ است که μ_B مگنتون بور الکترون است. مقادیر ممکن m کدام است؟

۱) $m = -1, 0, 1$

۲) $m = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

۳) $m = -2, -1, 0, 1, 2$

۴) $m = -\frac{3}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$

www.tahsilatetakmili.com

۱۳- مخلوط همدوسی از $\frac{۱}{۴}$ نور قطبیدهٔ خطی افقی، $\frac{۱}{۴}$ نور قطبیده خطی قائم، $\frac{۱}{۴}$ نور قطبیده دوّار چپگرد و $\frac{۱}{۴}$ نور قطبیده دوار راستگرد با شدت کل $I_۰$ را از یک فیلتر نوری قطبیده که قطبیدگی آن ممکن است یکی از چهارتای بالا باشد عبور می‌دهیم. شدت نور عبور کرده از فیلتر کدام است؟

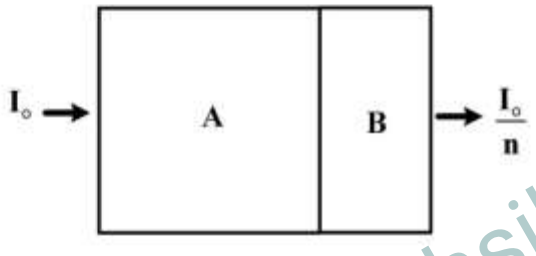
۱) $\frac{۱}{۲}I_۰$ برای فیلتری با هر یک از چهار نوع قطبش خطی افقی، خطی قائم، دوار چپگرد و دوار راستگرد.

۲) $\frac{۱}{۴}I_۰$ برای فیلتری با هر یک از چهار نوع قطبش خطی افقی، خطی قائم، دوار چپگرد و دوار راستگرد.

۳) $\frac{۳}{۴}I_۰$ برای فیلترهای با قطبیدگی‌های خطی و $\frac{۱}{۴}I_۰$ برای فیلترهای با قطبیدگی‌های دوار.

۴) $\frac{۳}{۴}I_۰$ برای فیلترهای با قطبیدگی‌های دوار و $\frac{۱}{۴}I_۰$ برای فیلترهای با قطبیدگی‌های خطی.

۱۴- دو قطعه A و B با ضریب جذب μ_A و μ_B به یکدیگر چسبیده‌اند. اگر ضخامت A دو برابر ضخامت B باشد و یک باریکهٔ فوتونی با شدت $I_۰$ عمود بر قطعه A فرود آید و شدت باریکهٔ خروجی از قطعه B برابر $\frac{I_۰}{n}$ باشد، ضخامت مادهٔ A چقدر است؟



۱) $\frac{\ln n}{\mu_A + ۲\mu_B}$

۲) $\frac{\ln n}{۲\mu_A + \mu_B}$

۳) $\frac{\ln n^۲}{\mu_A + ۲\mu_B}$

۴) $\frac{\ln n^۲}{۲\mu_A + \mu_B}$

۱۵- یک سفینه فضایی با جرم $۱۰^۳ kg$ در حال نزدیک شدن به خورشید روی یک امتداد مستقیم، تابش نور خورشید را با شدت $۱۰^۳ \frac{W}{m^۲}$ روی سطح مؤثری از بدنهٔ خود به مساحت $۰/۲m^۲$ دریافت می‌نماید. اگر سطح خارجی بدنهٔ این سفینه نصف تابش مستقیم را جذب و نصف دیگر را بازتابش کند، شتاب منفی ترمز کننده‌ای که این سفینه پیدا می‌کند چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟

۱) $\frac{۲}{۳}\times ۱۰^{-۷}$

۲) $۱۰^{-۷}$

۳) $\frac{۲}{۳}\times ۱۰^{-۹}$

۴) $۱۰^{-۹}$

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

۱۶- هامیلتونی یک دستگاه کوانتومی $H=\frac{ch}{\lambda}(a_{\circ}I+\vec{a}.\vec{\sigma})$ است که I و $\vec{\sigma}=(\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z)$ به‌ترتیب ماتریس واحد و ماتریس‌های پاولی در فضای هیلبرت با بعد ۲ هستند. λ، $a_{\circ}$ و $\vec{a}=(a_x,a_y,a_z)$ ثابت‌اند. اگر این دستگاه گسیل الکترومغناطیسی انجام دهد، طول موج آن چقدر است؟(h ثابت پلانک و c سرعت نور در خلأ است.)

۱) $\frac{\lambda}{2\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}$

۲) $\frac{\lambda}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}$

۳) $\frac{\lambda a_{\circ}}{2\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}$

۴) $\frac{\lambda a_{\circ}}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}$

۱۷- ذره‌ای به جرم m در چاه پتانسیل یک بعدی $V(x)=\begin{cases}\infty & x<0\\ \frac{-\hbar^2}{ma}\delta(x-a) & x\geq 0\end{cases}$ در نظر بگیرید $(a>0)$. اگر انرژی حالت مقید را به صورت $E=\frac{-\hbar^2k^2}{2m}$ نشان دهیم، مقدار k از کدام رابطه به دست می‌آید؟

۱) $\tan(ka)=\frac{2}{ka}-1$

۲) $\tanh(ka)=\frac{2}{ka}-1$

۳) $\tan(ka)=\left(\frac{2}{ka}-1\right)^{-1}$

۴) $\tanh(ka)=\left(\frac{2}{ka}-1\right)^{-1}$

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

۱۸- نمایش عملگر $\hat{O}$ روی حالت $|\alpha\rangle$ در فضای مکان به‌صورت $\langle x'|\hat{O}|\alpha\rangle=\left(\frac{d}{dx'}+\frac{d^2}{dx'^2}\right)\langle x'|\alpha\rangle$ است.

مقدار $\langle x'|\hat{O}|x''\rangle$ با کدام رابطه برابر است؟

۱) $\left(\frac{2}{(x'-x'')^2}-\frac{1}{(x'-x'')}\right)\delta(x'-x'')$

۲) $\left(\frac{1}{(x'-x'')^2}-\frac{1}{(x'-x'')}\right)\delta(x'-x'')$

۳) $\left(\frac{2}{(x'-x'')^2}+\frac{1}{(x'-x'')}\right)\delta(x'-x'')$

۴) $\left(\frac{1}{(x'-x'')^2}+\frac{1}{(x'-x'')}\right)\delta(x'-x'')$

۱۹- هامیلتونی یک دستگاه کوانتومی در پایه‌های راست هنجار $\{|+\rangle,|-\rangle\}$ به‌صورت $H=\hbar\omega(|+\rangle\langle+|-i\sqrt{5}|+\rangle\langle-|+i\sqrt{5}|-\rangle\langle+|-3|-\rangle\langle-|)$ است. در لحظهٔ $t=0$ دستگاه در حالت $|+\rangle$ است احتمال این که این دستگاه در لحظهٔ $t>0$ در حالت مانای متناظر با ویژه مقدار بزرگ‌تر انرژی باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{11}{36}$

۲) $\frac{5}{6}$

۳) $\frac{1}{6}$

۴) $\frac{25}{36}$

۲۰- هامیلتونی سیستمی متشکل از دو نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی جفت شده به‌صورت $H=\frac{P_x^2}{2m}+\frac{P_y^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2(x^2+y^2)+\frac{1}{2}m\omega^2xy$ است. انرژی اولین تراز برانگیخته این دستگاه کدام است؟

۱) $\sqrt{\frac{3}{8}}\left(1+\sqrt{2}\right)\hbar\omega$

۲) $\frac{3}{\sqrt{8}}\left(1+\sqrt{3}\right)\hbar\omega$

۳) $\sqrt{\frac{3}{8}}\left(1+\sqrt{3}\right)\hbar\omega$

۴) $\frac{3}{\sqrt{8}}\left(1+\sqrt{2}\right)\hbar\omega$

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

۲۱- ذره‌ای به جرم m و مقید در چاه پتانسیل یک بعدی $V(x)=-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{|x|}$ در محدوده $-\infty<x<+\infty$ در نظر بگیرید. در تقریب WKB انرژی حالت پایه کدام گزینه است؟ $\left(\int_0^1\frac{\sqrt{1-u}}{\sqrt{u}}du=\frac{\pi}{2}\right)$

۱) $-\frac{8m}{9\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2$

۲) $-\frac{16m}{9\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2$

۳) $-\frac{16m}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2$

۴) $-\frac{8m}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2$

۲۲- انتشارگر یک ذره بین دو نقطهٔ $\vec{x}'',\vec{x}'$ به‌صورت $K(\vec{x}'',\vec{x}';t-t_0)=<\vec{x}''|e^{\frac{-i(t-t_0)H}{\hbar}}|\vec{x}'>$ تعریف می‌شود. اگر $\left[T(\vec{\ell}),H\right]=0$ که در آن $T(\vec{\ell})=e^{-\frac{i}{\hbar}\vec{\ell}.\vec{P}}$ عملگر انتقال و $\vec{\ell}$ برداری دلخواه است، کدام خاصیت برای انتشارگر درست است؟

۱) $K(\vec{x}'',\vec{x}',t-t_0)=K(-\vec{x}'',-\vec{x}';t-t_0)$

۲) $K(\vec{x}'',\vec{x}',t-t_0)=K(\vec{x}',\vec{x}'';t-t_0)$

۳) $K(\vec{x}'',\vec{x}',t-t_0)=K(\vec{x}''-\vec{x}';t-t_0)$

۴) $K(\vec{x}'',\vec{x}',t-t_0)=K^*(\vec{x}'',\vec{x}';t-t_0)$

۲۳- کدام ماتریس می‌تواند نمایش ماتریسی یک عملگر دوران در فضای هیلبرت دو بعدی باشد؟ ($\vec{\sigma}=(\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z)$ ماتریس‌های پاولی، $\vec{a}=\sin\beta\cos\alpha\,\hat{i}+\sin\beta\sin\alpha\,\hat{j}$ است و α,β هر مقدار دلخواهی می‌توانند اختیار کنند.)

۱) $\frac{\cos\beta+i\vec{\sigma}.\vec{a}}{\sin\beta-i\vec{\sigma}.\vec{a}}$

۲) $\cos\beta+i\vec{\sigma}.\vec{a}$

۳) $\sin\beta-i\vec{\sigma}.\vec{a}$

۴) $\frac{\cos\beta+i\vec{\sigma}.\vec{a}}{\cos\beta-i\vec{\sigma}.\vec{a}}$

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

۲۴- اگر $\hat{D}^{(j=\frac{1}{2})}(\hat{n},\phi)$ عملگر دوران یک دستگاه کوانتومی حول محور $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i}+\sqrt{\frac{2}{3}}\hat{j}$ به اندازه زاویه $\phi=+60^\circ$ باشد. دوران یافتهٔ حالت $|+\rangle$ تحت این عملگر کدام است؟ ($|\pm\rangle$ ویژه بردارهای ماتریس پاولی σ_z و $\hat{i},\hat{j}$ بردارهای یکه در جهت محورهای x و y هستند.)

۱) $\frac{1}{2\sqrt{3}}\left((\sqrt{2}-i)|+\rangle+3|-\rangle\right)$

۲) $\frac{1}{2\sqrt{3}}\left(3|+\rangle+(\sqrt{2}-i)|-\rangle\right)$

۳) $\frac{1}{\sqrt{6}}\left(\sqrt{3}|+\rangle+(\sqrt{2}+i)|-\rangle\right)$

۴) $\frac{1}{\sqrt{6}}\left((\sqrt{2}+i)|+\rangle+\sqrt{3}|-\rangle\right)$

۲۵- مجموعه‌ای متشکل از دو ذره هر یک با اسپین یک $(s_1=1,s_2=1)$ در نظر بگیرید. ویژه مقدار $\hat{S}_z$ مجموعه برابر $+\hbar$ است که $\hat{S}_z=\hat{S}_{1z}\otimes\hat{I}_2+\hat{I}_1\otimes\hat{S}_{2z}$ است. اگر P_2 احتمال این که اسپین کل مجموعه $s=2$ و P_1 احتمال این که اسپین کل آن $s=1$ باشد، مقدار $\frac{P_2}{P_1}$ کدام است؟

۱) ۱

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{3}{5}$

۴) $\frac{1}{4}$

۲۶- اگر ψ_ℓ^{j,m_j} ویژه تابع مشترک عملگرهای J^2، L^2، J_z به‌ترتیب با ویژه مقادیر $m_j\hbar,\hbar^2\ell(\ell+1)$ ، $\hbar^2 j(j+1)$ باشد، کدام عبارت در مورد توابع $\phi_1=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\psi_2^{\frac{5}{2},\frac{3}{2}}+i\,\psi_2^{\frac{5}{2},-\frac{3}{2}}\right)$ و $\phi_2=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\psi_3^{2,2}-\psi_3^{2,-2}\right)$ درست است؟

۱) ϕ_2 ویژه تابع مشترک عملگرهای پاریته و وارونی زمان است.

۲) ϕ_1 ویژه تابع مشترک عملگرهای پاریته و وارونی زمان است.

۳) ϕ_1 و ϕ_2 هر دو ویژه تابع عملگر وارونی زمان هستند اما ϕ_1 ویژه تابع عملگر پاریته نیست.

۴) ϕ_1 و ϕ_2 هر دو ویژه تابع عملگر پاریته هستند اما هیچ‌یک ویژه تابع عملگر وارونی زمان نیستند.

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

۲۷- ذره‌ای به جرم m در چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی $V(x)=\begin{cases}0 & |x|\le a\\ \infty & |x|>a\end{cases}$ در نظر بگیرید. با تابع موج آزمون و بهنجار $\Psi(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{(2\lambda+1)(\lambda+1)}}{2\lambda a^{\lambda}\sqrt{a}}(a^{\lambda}-|x|^{\lambda}) & |x|<a\\ 0 & |x|>a\end{cases}$ و روش وردش، انرژی حالت پایه به ازای کدام λ کمینه است؟ $(\lambda>1)$

۱) $\lambda=\frac{1}{2}(\sqrt{6}-1)$

۲) $\lambda=\frac{1}{4}(\sqrt{6}+1)$

۳) $\lambda=\frac{1}{2}(\sqrt{6}+1)$

۴) $\lambda=\frac{1}{4}(\sqrt{6}-1)$

۲۸- اتم هیدروژنی در حالت برانگیخته $|n\ell m\rangle$ توسط میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}_0$ مختل می‌شود به طوری‌که انرژی پتانسیل برهمکنش به شکل $V(t)=\begin{cases}e\vec{E}_0.\vec{r}\sin(\omega t) & 0\le t\le T\\ 0 & t<0\ ,\ t>T\end{cases}$ است. با استفاده از نظریه اختلال وابسته به زمان مرتبه اول، گذار به کدام حالت‌های نهایی $|n'\ell'm'\rangle$ امکان‌پذیر است؟ $(\Delta m=m'-m, \Delta\ell=\ell'-\ell)$

۱) $\Delta m=0,\pm1,\ \Delta\ell=0$

۲) $\Delta m=0,\pm1,\ \Delta\ell=\pm1$

۳) $\Delta m=\pm1,\pm2,\ \Delta\ell=0,\pm1$

۴) $\Delta m=\pm1,\pm2,\ \Delta\ell=\pm1,\pm2$

۲۹- پرتویی از پروتون که جریانی به شدت $5\times10^{-9}\ A$ تولید می‌کند به هدفی از مس برخورد می‌کند. ضخامت هدف چنان است که چگالی سطحی آن $0/2\frac{mg}{cm^2}$ است. آشکارسازی با مساحت $0/5cm^2$ عمود بر پرتوی پراکنده شده در راستایی معین و به فاصله $20cm$ از هدف قرار دارد. اگر در هر ثانیه ۱۰ پروتون توسط آشکارساز شمرده شود، سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی از مس در این راستا چند $cm^2/atom/steradian$ است؟

۱) $4/0\times10^{-6}$

۲) $8/1\times10^{-7}$

۳) $1/3\times10^{-25}$

۴) $6/7\times10^{-25}$

www.tahsilatetakmili.com

۳۰- اگر دامنه پراکندگی ذره‌ای به جرم m از یک چاه پتانسیل کروی به عرض a و عمق $-V_0$ تا مرتبه اول تقریب بورن به شکل $f(k,\theta)=-\frac{2mV_0 a}{q^2\hbar^2}\left[\cos(qa)-\frac{\sin(qa)}{qa}\right]$ باشد، جابه‌جایی فاز برای پراکندگی موج S در انرژی‌های پایین $(ka \ll 1)$ کدام است؟ ($q=2k\sin\frac{\theta}{2}$ که در آن θ زاویه پراکندگی نسبت به راستای ذره تابشی و $E_i=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$ انرژی ذره تابشی است.)

۱) $\delta_0 \approx \frac{\hbar^2}{2mV_0ka^2}\left(1-\frac{\sin(2ka)}{2ka}\right)$

۲) $\delta_0 \approx \frac{2mV_0ka^2}{\hbar^2}\left(1-\frac{\sin(2ka)}{2ka}\right)$

۳) $\delta_0 \approx \frac{\hbar^2}{2mV_0ka^2}\left(\cos(2ka)-\frac{\sin(2ka)}{2ka}\right)$

۴) $\delta_0 \approx \frac{2mV_0ka^2}{\hbar^2}\left(\cos(2ka)-\frac{\sin(2ka)}{2ka}\right)$

۳۱- در ناحیه‌ای از فضا شامل مبدأ مختصات میدان الکتریکی به شکل $\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(1-e^{-\frac{r}{R}})\frac{\hat{r}}{r^2}$ وجود دارد که در آن R و q ثابت و r فاصله از مبدأ مختصات است. بار الکتریکی موجود در پوسته کروی با شعاع داخلی $R_1=R$ و شعاع خارجی $R_2=2R$ کدام است؟ ($\hat{r}$ بردار یکّه در امتداد بردار مکان یک نقطه و مرکز پوسته کروی منطبق بر مبدأ مختصات است.)

۱) $q\left(\frac{1}{2}+\frac{\sinh(0/5)}{\exp(1/5)}\right)$

۲) $q\left(1+\frac{2\sinh(0/5)}{\exp(1/5)}\right)$

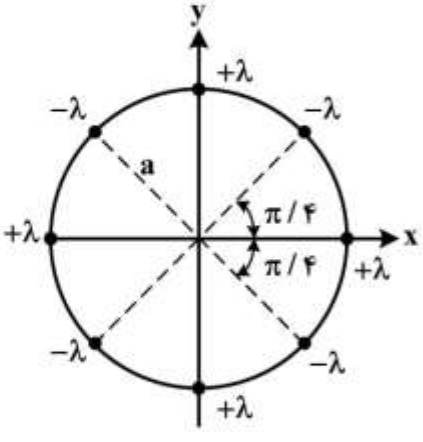
۳) $\frac{2q\sinh(0/5)}{\exp(1/5)}$

۴) $\frac{q\sinh(0/5)}{\exp(1/5)}$

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

۳۲- ۸ خط بار نامتناهی با چگالی بار خطی $+\lambda$ و $-\lambda$ مطابق شکل موازی محور z (محور استوانه‌ای به شعاع a) قرار دارند. کدام رابطه نشان دهنده چگالی حجمی بار این مجموعه در مختصات استوانه‌ای (ρ,φ,z) است؟



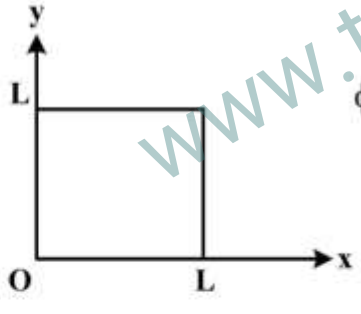
۱) $\frac{\lambda}{a^{۲}}\sum_{n=۱}^{۸}(-۱)^{n}\delta(\rho-a)\delta(\varphi-\frac{n\pi}{۴})$

۲) $\frac{\lambda}{۲\pi a}\sum_{n=۰}^{۷}(-۱)^{n}\delta(\rho-a)\delta(\varphi-\frac{n\pi}{۴})$

۳) $\frac{\lambda}{۲\pi a^{۲}}\sum_{n=۱}^{۸}(-۱)^{n}\rho\delta(\rho-a)\delta(\varphi-\frac{n\pi}{۴})$

۴) $\frac{\lambda}{a}\sum_{n=۰}^{۷}(-۱)^{n}\delta(\rho-a)\delta(\varphi-n\frac{\pi}{۴})$

۳۳- در شکل زیر مقطع یک چهار وجهی که در امتداد z دارای گسترش نامتناهی است نشان داده شده است. حجم داخل چهار وجهی با بار حجمی با چگالی یکنواخت ρ پر شده و وجوه آن در پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده‌اند. پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ (x,y) داخل چهار وجهی کدام است؟



۱) $\phi(x,y)=\frac{۴\rho L^{۲}}{\pi^{۳}\varepsilon_{\circ}}\sum_{m=۰}^{\infty}\frac{\sin(۲m+۱)\pi x/L}{(۲m+۱)^{۳}}\left(۱-\frac{\cosh(۲m+۱)\pi(\frac{y}{L}-\frac{۱}{۲})}{\cosh(۲m+۱)\frac{\pi}{۲}}\right)$

۲) $\phi(x,y)=\frac{۴\rho L^{۲}}{\pi^{۳}\varepsilon_{\circ}}\sum_{m=۰}^{\infty}\frac{\sin(۲m+۱)\pi x/L}{(۲m+۱)^{۳}}\left(۱-\frac{\sinh(۲m+۱)\pi\frac{y}{L}}{\sinh(۲m+۱)\pi}\right)$

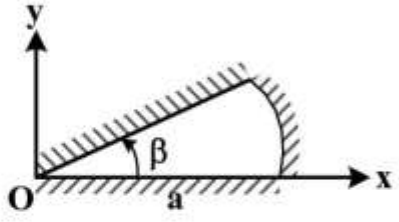
۳) $\phi(x,y)=\frac{۴\rho L^{۲}}{\pi^{۳}\varepsilon_{\circ}}\sum_{m=۰}^{\infty}\frac{\sin(۲m+۱)\pi x/L}{(۲m+۱)^{۲}}\frac{\sinh(۲m+۱)\frac{\pi y}{L}}{\sinh(۲m+۱)\pi}$

۴) $\phi(x,y)=\frac{۴\rho L^{۲}}{\pi^{۳}\varepsilon_{\circ}}\sum_{m=۰}^{\infty}\frac{\sin(۲m+۱)\pi x/L}{(۲m+۱)^{۲}}\left(۱-\frac{\cosh(۲m+۱)\pi(\frac{y}{L}-\frac{۱}{۲})}{\cosh(۲m+۱)\frac{\pi}{۲}}\right)$

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

۳۴- تابع گرین معادلهٔ لاپلاس با شرایط مرزی دیریشله در مختصات استوانه‌ای (ρ,φ) در یک مسأله دو بعدی مطابق شکل با مرزهایی در $\varphi=0$ ، $\varphi=\beta$ و $\rho=a$ کدام است؟ ($\rho_>$ و $\rho_<$ به‌ترتیب اندازهٔ بزرگتر و کوچکتر میان ρ و ρ' هستند.)



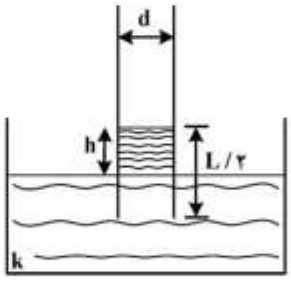
۱) $$G(\rho,\varphi;\rho',\varphi')=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{m}\left(\left(\frac{\rho_<}{\rho_>}\right)^{\frac{2\pi m}{\beta}}-\left(\frac{\rho_>\rho_<}{a^2}\right)^{\frac{2\pi m}{\beta}}\right)\sin\left(\frac{\pi m\varphi}{\beta}\right)\sin\left(\frac{m\pi\varphi'}{\beta}\right)$$

۲) $$G(\rho,\varphi;\rho',\varphi')=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{m}\left(\left(\frac{a}{\rho_>}\right)^{\frac{2\pi m}{\beta}}-\left(\frac{\rho_<}{a}\right)^{\frac{2\pi m}{\beta}}\right)\sin\left(\frac{2\pi m\varphi}{\beta}\right)\sin\left(\frac{2m\pi\varphi'}{\beta}\right)$$

۳) $$G(\rho,\varphi;\rho',\varphi')=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{m}\left(\left(\frac{\rho_<}{\rho_>}\right)^{\frac{\pi m}{\beta}}-\left(\frac{\rho_>\rho_<}{a^2}\right)^{\frac{\pi m}{\beta}}\right)\sin\left(\frac{\pi m\varphi}{\beta}\right)\sin\left(\frac{m\pi\varphi'}{\beta}\right)$$

۴) $$G(\rho,\varphi;\rho',\varphi')=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{m}\left(\left(\frac{\rho_<}{a}\right)^{\frac{\pi m}{\beta}}-\left(\frac{a}{\rho_>}\right)^{\frac{\pi m}{\beta}}\right)\sin\left(\frac{2\pi m\varphi}{\beta}\right)\sin\left(\frac{2m\pi\varphi'}{\beta}\right)$$

۳۵- صفحات یک خازن تخت به شکل مربعی به ضلع L هستند و فاصله دو صفحه از هم برابر d است این خازن تا پتانسیل V_0 شارژ شده و از باطری جدا می‌شود. سپس این خازن به‌طور عمودی در یک ظرف پر از مایع با ثابت دی‌الکتریک k و چگالی جرمی ρ_m فرو برده می‌شود به‌طوری که این مایع نصف حجم خازن را اشغال می‌کند. h ارتفاع مایع درون خازن تا سطح آزاد مایع در ظرف، کدام است؟



۱) $$\frac{2\varepsilon_0 V_0^2}{\rho_m g d^2}\left(\frac{k-1}{k+1}\right)^2$$

۲) $$\frac{2\varepsilon_0 V_0^2}{\rho_m g d^2}\frac{(k-1)}{(k+1)^2}$$

۳) $$\frac{4\varepsilon_0 V_0^2}{\rho_m g d^2}\left(\frac{k-1}{k+1}\right)^2$$

۴) $$\frac{4\varepsilon_0 V_0^2}{\rho_m g d^2}\frac{(k-1)}{(k+1)^2}$$

www.tahsilatetakmili.com

۳۶- در ناحیه‌ای از فضا میدان مغناطیسی ثابت $\vec{B}=B_{\circ}\hat{j}$ موجود است. کره رسانای کامل بدون باری با سرعت غیرنسبیتی $\vec{v}=v_{\circ}\hat{i}$ در این ناحیه در حرکت است. چگالی بار القایی روی سطح این کره کدام است؟ (پتانسیل الکتریکی در خارج از یک پوستهٔ کروی رسانای بدون بار به شعاع a در میدان الکتریکی یکنواخت $E_{\circ}\hat{k}$ به‌صورت $\phi=-E_{\circ}r\cos\theta\left(1-\frac{a^{3}}{r^{3}}\right)+\phi_{\circ}$ است که θ زاویه بین بردار یکه $\hat{k}$ و بردار $\vec{r}$ است.)

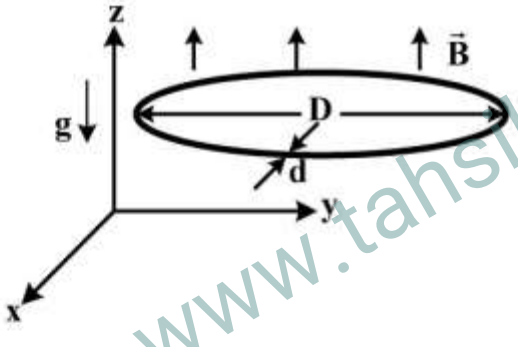
۱) $3\varepsilon_{\circ}B_{\circ}V_{\circ}\cos\theta$

۲) $3\varepsilon_{\circ}B_{\circ}V_{\circ}\sin\theta$

۳) $3\varepsilon_{\circ}B_{\circ}V_{\circ}\cos^{2}\theta$

۴) $3\varepsilon_{\circ}B_{\circ}V_{\circ}\sin\theta\cos\theta$

۳۷- یک حلقه رسانای دایره‌ای شکل از سیمی به قطر d، مقاومت ویژهٔ ρ و چگالی جرمی ρ_m ساخته شده است. قطر حلقه برابر D است. این حلقه مطابق شکل از ارتفاعی بالای سطح زمین از حالت سکون در میدان مغناطیسی $\vec{B}=B_{\circ}(1+\alpha z)\hat{k}$ رها می‌شود که α ضریبی ثابت است. صفحه حلقه همواره موازی سطح افق (صفحه xy) است. سرعت حدی این حلقه کدام است؟



۱) $\frac{\rho_m g d^{2}}{4B_{\circ}^{2}\alpha D^{4}\rho}$

۲) $\frac{4B_{\circ}^{2}\alpha^{2}D^{4}\rho}{\rho_m g d^{2}}$

۳) $\frac{16\rho_m\rho g}{B_{\circ}^{2}\alpha^{2}D^{2}}$

۴) $\frac{D^{2}B_{\circ}^{2}\alpha^{2}}{16\rho_m\rho g}$

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

۳۸- دو پوسته کروی بسیار نازک رسانای هم‌مرکز یکی به شعاع R و دیگری به شعاع $2R$ در نظر بگیرید. روی پوسته داخلی بار Q و روی پوسته خارجی بار $-Q$ توزیع شده است در مرکز دو کره یک دو قطبی مغناطیسی نقطه‌ای باگشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{m} = m_0 \hat{k}$ قرار دارد. تکانه زاویه‌ای کل میدان الکترومغناطیسی این مجموعه کدام است؟

۱) صفر

۲) $\frac{\mu_0 m_0 Q}{24\pi^2 R}$

۳) $\frac{\mu_0 m_0 Q}{6\pi R}$

۴) $\frac{\mu_0 m_0 Q}{12\pi R}$

۳۹- سیملوله‌ای طویل به شعاع R که در واحد طول آن n دور سیم حامل جریان $I_0 \cos \omega t$ پیچیده شده است در نظر بگیرید. متوسط زمانی انرژی الکترومغناطیسی در بازه $0 \le t \le \frac{2\pi}{\omega}$ در واحد طول سیملوله چقدر است؟

۱) $\frac{\mu_0}{2} \pi R^2 n^2 I_0^2 \left(1 + \frac{\omega^2 R^2}{8c^2}\right)$

۲) $\frac{\mu_0}{4} \pi R^2 n^2 I_0^2 \left(1 + \frac{\omega^2 R^2}{8c^2}\right)$

۳) $\frac{\mu_0}{2} \pi R^2 n^2 I_0^2 \left(1 + \frac{\omega^4 R^4}{8c^4}\right)$

۴) $\frac{\mu_0}{4} \pi R^2 n^2 I_0^2 \left(1 + \frac{\omega^4 R^4}{8c^4}\right)$

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

۴۰- اگر در یک موجبر با ضریب شکست n بسامدهای زاویه‌ای قابل انتشار برای امواج الکترومغناطیسی با طول موج λ به شکل $\omega_m = \frac{c}{n}\sqrt{\left(\frac{۲\pi}{\lambda}\right)^۲ + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^۲}$ $(m = ۱,۲,۳,...)$ باشد، سرعت گروه هر کدام از این مُدها کدام است؟ (c سرعت نور در خلأ و a عدد ثابتی است.)

۱) $\frac{c}{n}\left[۱+\left(\frac{m\lambda}{۲a}\right)^۲\right]^{\frac{۱}{۲}}$

۲) $\frac{c}{۲n}\left[۱+\left(\frac{m\lambda}{۲a}\right)^۲\right]^{\frac{۱}{۲}}$

۳) $\frac{c}{n}\left[۱+\left(\frac{m\lambda}{۲a}\right)^۲\right]^{\frac{۱}{۲}}$

۴) $\frac{۲c}{n}\left[۱+\left(\frac{m\lambda}{۲a}\right)^۲\right]^{\frac{۱}{۲}}$

۴۱- امواج الکترومغناطیسی تخت با شدت I به‌طور عمودی از هوا $(n=۱)$ بر یک تیغه شیشه‌ای با ضریب شکست n می‌تابند. اگر از هر نوع اثر تداخلی چشم‌پوشی شود فشار تابشی وارد بر تیغه شیشه‌ای کدام است؟ ضرایب فرنل عبور و بازتاب برای یک موج الکترومغناطیسی که از محیط عایقی با ضریب شکست $n_۱$ به محیط عایق دیگری با ضریب شکست $n_۲$ به‌طور عمودی می‌تابد به‌ترتیب $\frac{۲n_۱}{n_۱+n_۲}, \frac{n_۲-n_۱}{n_۲+n_۱}$ است. (c سرعت نور در خلأ است.)

۱) $\frac{I}{c}\left(\frac{n-۱}{n+۱}\right)$

۲) $۲\frac{I}{c}\left(\frac{n-۱}{n+۱}\right)$

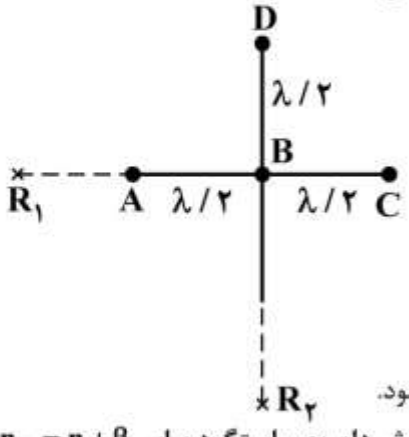
۳) $۲\frac{I}{c}\left(\frac{n-۱}{n+۱}\right)^۲$

۴) $\frac{I}{c}\left(\frac{n-۱}{n+۱}\right)^۲$

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

۴۲- چهار چشمه امواج الکترومغناطیسی نقطه‌ای یکسان همدوس A، B، C و D مطابق شکل زیر نسبت به هم قرار دارند و امواجی با طول موج یکسان λ منتشر می‌کنند. دو گیرندهٔ R_1 و R_2 در فواصل دور و یکسان از چشمهٔ B قرار دارند. کدام عبارت در مورد شدت امواج دریافتی توسط دو گیرنده درست است؟



۱) شدت دریافتی گیرندهٔ (۲) بیشتر از گیرنده (۱) است.

۲) شدت دریافتی گیرندهٔ (۱) بیشتر از گیرنده (۲) است.

۳) شدت دریافتی هر دو گیرندهٔ با هم برابر است.

۴) اگر چشمهٔ D خاموش شود شدت دریافتی هر دو گیرنده با هم برابر می‌شود.

۴۳- محیط شفاف فعالی را در نظر بگیرید که ضریب شکست آن برای نور با قطبش دایروی راستگرد برابر $n_+ = n + \beta$ و برای نور با قطبش دایروی چپگرد برابر $n_- = n - \beta$ است (β, n اعداد حقیقی مثبتند). نوری با قطبش خطی و بسامد زاویه‌ای ω وارد این محیط می‌شود پس از طی کردن فاصله d درون این محیط مقدار زاویه‌ای که قطبش نور می‌چرخد کدام است؟

۱) $2\frac{\omega}{c}\beta d$

۲) $2\frac{\omega}{c}n\beta d$

۳) $\frac{\omega}{c}\beta d$

۴) $\frac{\omega}{c}n\beta d$

۴۴- ذره‌ای به جرم m و بار q تحت تأثیر نیروی کولنی ذره ثابتی با بار $-q$ در حرکت است. اگر در لحظه $t = 0$ ذره m در مداری تقریباً دایروی به شعاع R حول ذرهٔ ثابت در حرکت باشد. در چه زمانی فاصله ذره متحرک از ذره ثابت به $\frac{R}{2}$ کاهش می‌یابد. توان تابشی کل لحظه‌ای از یک بار نقطه‌ای q که با شتاب $\vec{a}$ حرکت می‌کند برابر با $\frac{q^2|\vec{a}|^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3}$ است. (c سرعت نور در خلأ است.)

۱) $\frac{7\pi^2\varepsilon_0^2 c^3 R^2 m^2}{3q^4}$

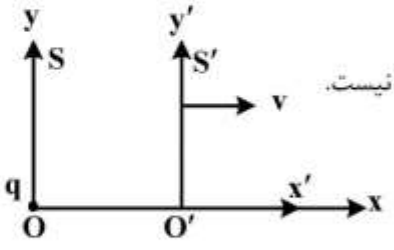
۲) $\frac{7\pi^2\varepsilon_0^2 c^3 R^3 m^2}{4q^4}$

۳) $\frac{7\pi^2\varepsilon_0^3 c^3 R^2 m^2}{6q^4}$

۴) $\frac{7\pi^2\varepsilon_0^2 c^3 R^3 m^2}{2q^4}$

www.tahsilatetakmili.com

۴۵- دو چارچوب لخت S و S' در نظر بگیرید که S' با سرعت v به موازات محور x چارچوب لخت S در حرکت است. مبدأهای دو چارچوب در لحظهٔ صفر از نظر ناظرهای هر دو چارچوب برهم منطبق است. بار نقطه‌ای q در نقطهٔ O و همواره نسبت به چارچوب S ساکن است. کدام عبارت در لحظهٔ $t = t' = ۰$ درست است؟



۱) $E_y = E'_y$

۲) در هر دو چارچوب میدان الکتریکی شعاعی است.

۳) میدان الکتریکی در چارچوب S' شعاعی است ولی در چارچوب S شعاعی نیست.

۴) $E_x = \gamma E'_x$ که $\gamma = \frac{۱}{\sqrt{۱ - \frac{v^۲}{c^۲}}}$

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com