

712A

کد کنترل

712

A

				
صبح جمعه ۹۷/۱۲/۳ دفترچه شماره (۱)	«اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.» امام خمینی (ره)			
جمهوری اسلامی ایران وزارت علوم، تحقیقات و فناوری سازمان سنجش آموزش کشور				
آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۸				
رشته مهندسی هوا فضا - دینامیک پرواز و کنترل کد (۲۳۳۴)				
مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه	تعداد سؤال: ۴۵			
عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات				
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ریاضیات مهندسی - دینامیک پرواز پیشرفته ۱ - تئوری کنترل بهینه	۴۵	۱	۴۵
این آزمون نمره منفی دارد.		استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.		
حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخللین برابر مقررات رفتار می‌شود.				
۱۳۹۸				

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- جواب عمومی معادله دیفرانسیل جزئی $U_{xy} + U_x = e^x \sin y$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}e^x \sin y - \frac{1}{2}e^x \cos y + c(y)$

(۲) $\frac{1}{2}e^x \sin y - \frac{1}{2}e^x \cos y + c_1(x)e^{-y} + c_2(y)$

(۳) $e^x \sin \frac{y}{2} - e^x \cos \frac{y}{2} + c(x)$

(۴) $e^x \sin \frac{y}{2} - e^x \cos \frac{y}{2} + c_1 e^{-y} + c_2(y)$

۲- در مسئله مقدار اولیه - مرزی

$$\begin{cases} U_{tt} - U_{xx} = \sin^2(\pi x) & 0 < x < 1, t > 0 \\ U(0, t) = 0 = U(1, t) & t > 0 \\ U(x, 0) = 0, U_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$

جوابی مستقل از زمان از معادله دیفرانسیل که در شرایط مرزی نیز صدق کند، کدام است؟

(۱) $\frac{2}{\pi^2} \sin(\pi x) + \frac{1}{3\pi^2} \sin^2(\pi x)$

(۲) $\frac{2}{\pi^2} \sin(\pi x) + \frac{1}{3\pi^2} \sin^2(\pi x)$

(۳) $\frac{2}{3\pi^2} \sin(\pi x) + \frac{1}{9\pi^2} \sin^2(\pi x)$

(۴) $\frac{2}{3\pi^2} \sin(\pi x) + \frac{1}{9\pi^2} \sin^2(\pi x)$

۳- توابع پایه برای معادله دیفرانسیل $\begin{cases} y'' + \lambda y = x^2 \\ y(0) = 0 \\ y(1) = 0 \end{cases}$ کدام است؟

(۴) $1, x, x^2 - 1, \dots$

(۳) x, x^2, x^3, \dots

(۲) $\cos k\pi x$

(۱) $\sin k\pi x$

۴- تبدیل فوریه تابع $u(x, t)$ نسبت به متغیر x برای معادله زیر کدام است؟

$$\begin{cases} U_t = U_{xx} & -\infty < x < \infty, t > 0 \\ U(x, 0) = f(x) & -\infty < x < \infty \end{cases}$$

(۱) $U(\omega, t) = F(\omega)e^{-i\omega t}$ که در آن $i = \sqrt{-1}$

(۲) $U(\omega, t) = F(\omega)e^{-i\omega^2 t}$ که در آن $i = \sqrt{-1}$

(۳) $U(\omega, t) = F(\omega)e^{-\omega t}$

(۴) $U(\omega, t) = F(\omega)e^{-\omega^2 t}$

۵- در معادله انتگرالی $\int_0^\infty f(\lambda) \sin \lambda x d\lambda = \begin{cases} \cos x & 0 < x < \pi \\ 0 & x > \pi \end{cases}$ تابع $f(\lambda)$ کدام است؟

(۲) $\frac{2\lambda}{\pi(\lambda^2 - 1)}(1 - \cos \lambda \pi)$

(۱) $\frac{2\lambda}{\pi(\lambda^2 - 1)}(1 + \cos \lambda \pi)$

(۴) $\frac{\lambda}{\pi(\lambda^2 - 1)}(1 - \cos \lambda \pi)$

(۳) $\frac{\lambda}{\pi(\lambda^2 - 1)}(1 + \cos \lambda \pi)$

۶- حاصل انتگرال $\int_0^\pi \frac{d\theta}{2 - \cos \theta}$ کدام است؟

(۴) 2π (۱) $\frac{1}{\pi\sqrt{3}}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$

۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 5 & -1 & 4 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}$ باشد. آنگاه مقادیر لاینیتهای (invariants) این ماتریس کدام است؟

(۲) $\beta_1 = -19, \beta_2 = 5, \beta_3 = +42$

(۱) $\beta_1 = 5, \beta_2 = -19, \beta_3 = -42$

(۴) $\beta_1 = -19, \beta_2 = 5, \beta_3 = -42$

(۳) $\beta_1 = 5, \beta_2 = -42, \beta_3 = -19$

۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد در این صورت A^2 کدام است؟

(۲) $3A - 4I$

(۱) $A - 6I$

(۴) $4A - 3I$

(۳) $6A - I$

۹- جوابهای کدام معادله دیفرانسیل زیر برهم عمود هستند؟

(۲) $y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0$

(۱) $(1-x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0$

(۴) $y'' + 2xy' + n(n+1)y = 0$

(۳) $(1+x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0$

۱۰- اگر $G = \begin{bmatrix} (\bar{u}_1, \bar{u}_1) & (\bar{u}_1, \bar{u}_2) & (\bar{u}_1, \bar{u}_3) \\ (\bar{u}_2, \bar{u}_1) & (\bar{u}_2, \bar{u}_2) & (\bar{u}_2, \bar{u}_3) \\ (\bar{u}_3, \bar{u}_1) & (\bar{u}_3, \bar{u}_2) & (\bar{u}_3, \bar{u}_3) \end{bmatrix} = 0$ باشد، در این صورت بردارهای $\bar{u}_3, \bar{u}_2, \bar{u}_1$ چگونه هستند؟

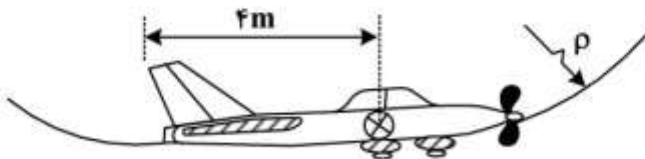
(۲) مستقل خطی

(۱) وابسته خطی

(۴) می توانند مستقل خطی باشند

(۳) برهم عمود

- ۱۱- هواپیمای تک ملخ مطابق شکل در صفحه قائم مسیری به شعاع 80 m را با سرعت $200 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ طی می کند. سرعت زاویه ملخ موتور در جهت عقربه های ساعت $350 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ و شعاع ژیراسیون شفت به همراه ملخ 0.3 m و به وزن 15 kg است. فاصله سطح کنترلی دم عمودی از مرکز ثقل هواپیما 4 m است. سطح کنترلی دم عمودی چه مقدار نیروی کنترلی بر حسب نیوتن (N) تولید کند تا اثر ژيروسکپی موتور را خنثی کند؟
- (۱) ۴۱
(۲) ۸۲
(۳) ۳۲۸
(۴) در جهت گردش (یا) حول محور عمودی، گشتاوری تولید نمی شود.



- ۱۲- ضعف به کارگیری روش لیاپانوف در تحلیل پایداری سیستم های دینامیکی چیست؟
- (۱) انتخاب تابع لیاپانوف و تعیین علامت مشتق آن دشوار است.
(۲) تنها برای سیستم های خطی نامتغیر با زمان و رفتار Uniform کاربرد دارد.
(۳) عدم امکان تعیین پایداری مجانبی فراگیر سیستم های خطی
(۴) نیازمند حل معادلات دیفرانسیل سیستم است.
- ۱۳- اگر معادلات خطی حرکت طولی هواپیما را بر حسب متغیرهای α ، q و θ بنویسیم، رابطه صحیح مشتق پایداری Z_α کدام است؟ (در روابط داده شده در گزینه ها U_0 سرعت پرواز می باشد)
- (۱) $Z_\alpha = Z_w$
(۲) $Z_\alpha = U_0 Z_w$
(۳) $Z_\alpha = \frac{Z_w}{U_0}$
(۴) بستگی به تعریف Z_α دارد.
- ۱۴- در مود اسپیرال (Spiral) یک هواپیما، کدام متغیرها به ترتیب بررسی می شوند؟
- (۱) موقعیت عرضی و زاویه رول
(۲) موقعیت عرضی و زاویه یابو
(۳) موقعیت عمودی و زاویه یابو
(۴) زاویه یابو و زاویه رول
- ۱۵- مشتق پایداری C_{mq} در کدام یک از رفتار نوسانات طولی مؤثر است؟
- (۱) میرائی مود پرپود بلند
(۲) فرکانس مود پرپود کوتاه
(۳) میرائی مود پرپود کوتاه
(۴) فرکانس مود پرپود بلند
- ۱۶- کدام دسته از معادلات زیر مدل ریاضی مناسبی جهت توصیف مود پرپود کوتاه (Short Period) یک هواپیمای متعارف را ارائه می کند؟

$$\dot{w} = z_w w + (u_0 + z_q)q + z_{\delta e} \delta e \quad (2)$$

$$\dot{\theta} = q$$

$$\dot{w} = z_w w + (u_0 + z_q)q + z_{\delta e} \delta e \quad (4)$$

$$\dot{q} = M_w w + M_q q + M_{\delta e} \delta e$$

$$\dot{\alpha} = z_\alpha \alpha + (u_0 + z_q)q + z_{\delta e} \delta e \quad (1)$$

$$\dot{\theta} = q$$

$$\dot{u} = x_u u - g\theta + x_{\delta e} \delta e + x_w w \quad (3)$$

$$\dot{q} = M_w w + M_q q + M_{\delta e} \delta e$$

- ۱۷- پدیده **Aileron Reversal** (الف) ممکن است رخ دهد و فشار دینامیکی برای رسیدن به مرز این پدیده با (ب) مشتق ایرودینامیکی cl_α و (ج) سختی پیچشی سازه کاهش خواهد یافت؟
- (۱) الف: در هواپیماهایی با بال‌های بیضوی ب: کاهش ج: کاهش
 - (۲) الف: در هواپیماهایی با بال‌های مستطیلی ب: افزایش ج: افزایش
 - (۳) الف: در هواپیماهایی با بال‌های نازک ب: افزایش ج: کاهش
 - (۴) الف: در هواپیماهایی با بال‌های ضخیم ب: کاهش ج: افزایش
- ۱۸- معادلات مدل جرم متمرکز در فضا برای هواپیما به صورت زیر است:

$$m\dot{v} = -D + T \cos \alpha - mg \sin \gamma$$

$$m v \dot{\gamma} = (L + T \sin \alpha) \cos \mu - mg \cos \gamma$$

$$m v \cos \gamma \dot{\chi} = (L + T \sin \alpha) \sin \mu$$

چرا سمت راست معادلات فوق تابعی از χ (زاویه بردار سرعت با شمال) نیست؟

- (۱) معادلات ناپایدار می‌باشد.
 - (۲) معادلات خطی سازی نشده است.
 - (۳) تقریب جرم متمرکز در این معادلات استفاده شده است.
 - (۴) نیروهای ایرودینامیکی ربطی به جهت پرواز نسبت به شمال ندارد.
- ۱۹- تحلیل حساسیت مشخصه‌های مودهای دینامیکی یک هواپیما به تغییر مشتقات ایرودینامیکی، در کدام یک از موارد زیر کاربرد ندارد؟

- (۱) پیش‌بینی کیفیت پروازی هواپیما
- (۲) پیش‌بینی رفتار هواپیما در حین مانور
- (۳) پیش‌بینی رفتار هواپیمای الاستیک
- (۴) تعیین دقت مورد نیاز در محاسبه مشتقات ایرودینامیکی

۲۰- کدام یک از عوامل زیر تأثیری در کوپل شدن مود نوسانات خمشی و پیچشی بال ندارد؟

- (۱) ماتریس سختی سازه بال
- (۲) ماتریس ممان اینرسی هواپیما
- (۳) ماتریس ممان اینرسی بال
- (۴) سرعت پرواز هواپیما

۲۱- علت پدیده **Roll-Yaw Coupling** چیست؟

- (۱) بزرگتر بودن بیش از حد I_{xx} نسبت به I_{yy} و یا وجود I_{xz} در یک هواپیما
- (۲) بزرگتر بودن بیش از حد I_{xx} نسبت به I_{zz} و یا وجود I_{yz} در یک هواپیما
- (۳) بزرگتر بودن بیش از حد I_{yy} نسبت به I_{xx} و یا وجود I_{xz} در یک هواپیما
- (۴) بزرگتر بودن بیش از حد I_{zz} نسبت به I_{yy} و یا وجود I_{yz} در یک هواپیما

۲۲- از دیدگاه پایداری استاتیکی، کدام یک از مشتقات ایرودینامیکی زیر باید منفی باشد؟

- (۱) C_{D_u} (۲) C_{m_u} (۳) C_{n_β} (۴) C_{y_β}

- ۲۳ - کدام یک از عبارات‌های زیر در بررسی اغتشاشات جوی صحیح است؟
- (۱) به منظور بررسی رفتار دینامیکی یک هواپیما در مواجهه با اغتشاشات جوی می‌توان از ترکیب مؤلفه‌های سرعت اغتشاش با معادلات اختلالی خطی هواپیما کمک گرفت.
 - (۲) به منظور بررسی رفتار دینامیکی یک هواپیما در مواجهه با اغتشاشات جوی می‌توان از ترکیب مؤلفه‌های فاکتور بار (n) اغتشاش با معادلات حرکت غیرخطی هواپیما کمک گرفت.
 - (۳) در تابع چگالی طیفی توان Dryden فرض بر این است که اغتشاشات جوی وابسته به سرعت هواپیما بوده و در دستگاه بدنی بیان می‌شوند.
 - (۴) در تابع چگالی طیفی توان Dryden فرض بر این است که اغتشاشات جوی وابسته به زمان بوده و در دستگاه پایداری بیان می‌شوند.
- ۲۴ - با توجه به تابع رفتاری خلبان در حلقه کنترل که معمولاً به صورت زیر مدل می‌شود
- $$Y_p(s) = \frac{k_p e^{-T_s}(T_L s + 1)}{(T_I s + 1)(T_N s + 1)}$$
- و در آن T_N مرتبط با تأخیر ماهیچه‌ای خلبان است. میزان احساس راحتی خلبان نسبت به خوددستی هواپیما با کدام یک از موارد زیر قابل مقایسه است؟
- (۱) $k_p e^{-T_s}$
 - (۲) $e^{-T_s}(T_L s + 1)$
 - (۳) $k_p \frac{(T_L s + 1)}{(T_I s + 1)}$
 - (۴) $k_p \frac{1}{(T_I s + 1)(T_N s + 1)}$
- ۲۵ - دیمانسیون مشتق پایداری M_α در حرکت طولی هواپیما کدام است؟
- (۱) $\frac{kg}{sec}$
 - (۲) $\frac{1}{sec}$
 - (۳) $\frac{kg}{sec^2}$
 - (۴) $\frac{1}{sec^2}$
- ۲۶ - قدرت کنترلی الویتور در یک هواپیمای الاستیک که با سرعت مشخص در حال پرواز است. تابع کدام یک از گزینه‌های زیر نیست؟
- (۱) ارتفاع پروازی هواپیما
 - (۲) جنس سازه بدنه هواپیما
 - (۳) ایرفویل استفاده شده در دم افقی هواپیما
 - (۴) فاصله مرکز آیرودینامیکی الویتور تا محور الاستیک رُم افقی
- ۲۷ - در یک هواپیمای متعارف، میرایی مود پر بود کوتاه در کدام حالت زیاد می‌شود؟
- (۱) افزایش اندازه $C_{m\alpha}$
 - (۲) افزایش $C_{L\alpha}$
 - (۳) جلو رفتن مرکز ثقل
 - (۴) افزایش ممان اینرسی حول محور y
- ۲۸ - از کدام یک از توابع تبدیل زیر می‌توان برای جلوگیری از تداخل عملکرد خلبان با عملکرد خودکار استفاده کرد؟
- (۱) $\frac{0.2s}{0.2s + 1}$
 - (۲) $\frac{0.2s + 1}{0.2s}$
 - (۳) $\frac{1}{0.2s + 1}$
 - (۴) $\frac{0.2s + 1}{0.2}$
- ۲۹ - در یک هواپیمای متعارف، کدام گزینه باعث تغییر موقعیت قطب‌های مود داچ رول نمی‌شود؟
- (۱) جهت چرخش اجزای دوران کننده موتور
 - (۲) چرخش اجزای دوران کننده موتور
 - (۳) رول پایا (Steady roll rate)
 - (۴) پیچ پایا (Steady pitch rate)

۳۰- مقدار فرکانس قطع بهره (crossover freq.) تابع تبدیل $\frac{\phi(s)}{\delta a(s)}$ را در یک هواپیمای متعارف چگونه می توان کم کرد؟

- (۱) کاهش اندازه C_{fp} (۲) کاهش I_{xx}
- (۳) بزرگ کردن اندازه ایلرون (۴) کاهش فاصله ایلرون از نوک بال

۳۱- در چه صورت مقدار تابع هزینه J در یک مسئله کنترل بهینه می تواند نامحدود شود؟

$$J = \int_{t_0}^{t_f} g(\bar{x}, \bar{u}, t) dt$$

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{u} + B\bar{u}$$

- (۱) اگر یک یا بیشتر متغیرهای حالت پایدار باشند.
- (۲) اگر یک یا بیشتر متغیرهای حالت کنترل ناپذیر باشند.
- (۳) اگر یک یا بیشتر متغیرهای حالت رویت ناپذیر باشند.
- (۴) اگر متغیرهای حالت پایدار در تابع هزینه ظاهر شوند.
- ۳۲- در مسئله رگولاتور خطی گسسته با شرایط اولیه $(x(t_0) = x_0)$

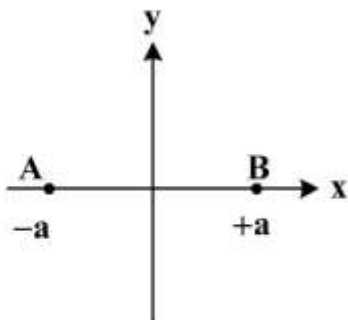
$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$J = \frac{1}{2} x^T(N) H x(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N-1} x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k)$$

نهایتاً $J_{0,N}^*$ چه تابعی است؟

- (۱) خطی از x_0
- (۲) درجه ۲ از x_0
- (۳) درجه ۳ از x_0
- (۴) تابعی مستقل از x_0

۳۳- منحنی دو بعدی با طول ثابت L که دو نقطه ثابت $A(-a, 0)$ و $B(a, 0)$ را در صفحه $x-y$ بهم وصل می کند و بیشترین سطح را در بالای محور افق در ترکیب با پاره خط AB ایجاد می کند روی چه قسمتی از یک شکل



هندسی قرار دارد؟

- (۱) دایره
- (۲) مثلث
- (۳) سهمی
- (۴) هذلولی

۳۴ - تفاوت منحنی بهینه برای دو تابع - تابع زیر چیست؟

$$J_1(\bar{x}(t)) = \int_{t_0}^{t_f} g(\bar{x}, \dot{\bar{x}}, t) dt$$

$$J_2(\bar{x}(t)) = \int_{t_0}^{t_f} [g(\bar{x}, \dot{\bar{x}}, t) + a\bar{x}^T \dot{\bar{x}}] dt$$

توجه کنید که زمان‌های ابتدا t_0 و انتها t_f مشخص هستند و شرایط ابتدایی مشخص $\bar{x}(t_0) = 0$ و شرایط انتهایی $\bar{x}(t_f)$ آزاد است.

(۱) شکل کلی معادله منحنی در هر دو یکسان است، ولی شروط مرزی آن‌ها متفاوت است.

(۲) شکل کلی معادله منحنی در هر دو متفاوت است، ولی شروط مرزی آن‌ها یکسان است.

(۳) شکل کلی معادله منحنی و شروط مرزی در هر دو متفاوت است.

(۴) شکل کلی معادله منحنی و شروط مرزی در هر دو یکسان است.

۳۵ - شکل معادله مسیر برای کمینه کردن تابع - تابع $J(x) = \int_{t_0}^{t_f} (t^2 + \dot{x}^2) dt$ در شرایطی که قید $\int_{t_0}^{t_f} x^2 dt = 1$

وجود دارد، کدام است؟

$$x^*(t) = at^2 + bt + c \quad (2)$$

$$x^*(t) = at + b \quad (1)$$

$$x^*(t) = a \cos(ct) + b \sin(ct) \quad (4)$$

$$x^*(t) = \frac{a}{t} + bt + c \quad (3)$$

۳۶ - در صورتی که هزینه سفرکردن با پیمودن مسیرهای دو بعدی (در دستگاه مختصات (x, y)) برابر با $(1+x)$ در واحد پیمایش مسیر سفر باشد، تابع هزینه‌ای که می‌توان از طریق آن به خانواده مسیرهای بهینه برای سفر بین دو

نقطه A و B دست یافت و به عبارتی $y^*(x)$ را استخراج نمود، کدام است؟

$$J = \int_{x_A}^{x_B} (1+x)y'(x)^{\frac{1}{2}} dx \quad (2)$$

$$J = \int_{x_A}^{x_B} (1+x)y(x) dx \quad (1)$$

$$J = \int_{x_A}^{x_B} (1+x)^2 [1 + \dot{x}(t)]^{\frac{1}{2}} dt \quad (4)$$

$$J = \int_{x_A}^{x_B} (1+x) [1 + y'(x)]^{\frac{1}{2}} dx \quad (3)$$

۳۷ - در انتقال حالت یک سیستم خطی ثابت با زمان از وضعیت اولیه \bar{x}_0 به مبدأ در کوتاهترین زمان، اگر مقادیر ویژه

ماتریس A مختلط با قسمت حقیقی منفی باشند، در خصوص تعداد تغییر علامت قانون کنترلی کدام عبارت

صحیح است؟

$$\dot{\bar{x}} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = A \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \bar{b}u$$

(۱) حداکثر برابر یک است.

(۲) همیشه ثابت و برابر یک است.

(۳) می‌تواند بی‌شمار تغییر علامت دهد.

(۴) تغییر علامت نخواهد داشت.

۳۸- قانون کنترلی جهت انتقال وضعیت سیستم زیر از $\bar{x}_0 \neq 0$ به مبدأ که مقدار تابع هزینه $J(u)$ را حداقل کند، تحت چه شرایطی دارای فواصل منفرد (فواصل تکینه) است؟ (زمان انتها، t_f ، آزاد است)

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = u(t) \end{cases} \quad ; \quad J(u) = \int_0^{t_f} [1 + |u(t)|] dt$$

$$|u(t)| \leq 1$$

$P_f(t)$ متغیر شبه حالت مرتبط با متغیر حالت $x_2(t)$ است.

(۱) اگر $\bar{x}_0 > 0$ باشد.

(۲) دارای فواصل منفرد نیست.

(۳) اگر $-1 \leq p_f(t) \leq +1$ باشد.

(۴) اگر $p_f(t)$ برابر با یک باشد.

۳۹- تعداد تغییر علامت در قانون کنترلی که سیستم زیر را از وضعیت اولیه \bar{x}_0 به مبدأ در حداقل زمان انتقال دهد، تابعی از چه عاملی است؟ (a عددی حقیقی و مثبت است.)

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -ax_2(t) + u(t) \end{cases}$$

$$|u(t)| \leq 1$$

(۱) تعداد تغییر علامت وابسته به مقدار وضعیت اولیه \bar{x}_0 است.

(۲) تعداد تغییر علامت وابسته به مقدار پارامتر a است.

(۳) تعداد تغییر علامت به ازاء همه شرایط دوبار خواهد بود.

(۴) تعداد تغییر علامت به ازاء همه شرایط یکبار خواهد بود.

۴۰- در مسئله طراحی تعقیب کننده خطی برای یک سیستم خطی متغیر با زمان، کدام گزینه در خصوص بهره کنترلی $k(t)$ که از حل معادله دیفرانسیل ریکاتی حاصل می شود، صحیح است؟

$$\dot{\bar{x}} = A(t)\bar{x}(t) + B(t)\bar{u}(t)$$

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left\{ [\bar{x}(t) - \bar{r}(t)]^T Q(t) [\bar{x}(t) - \bar{r}(t)] + \bar{u}(t)^T R(t) \bar{u}(t) \right\} dt$$

$\bar{r}(t)$: بردار حالت مطلوب

t_f : ثابت فرض می شود.

(۱) بهره کنترلی $k(t)$ تابعی از بردار حالت مطلوب $\bar{r}(t)$ است.

(۲) بهره کنترلی $k(t)$ وابسته به شرایط مرزی بردار حالت سیستم است.

(۳) بهره کنترلی $k(t)$ وابسته به ماتریس های $A(t)$ و $B(t)$ است.

(۴) بهره کنترلی $k(t)$ وابسته به شرایط بردار حالت در هر لحظه $\bar{X}(t)$ است.

۴۱- قانون کنترلی برای کنترل سیستم دینامیکی با معادله دیفرانسیل $\dot{x} = ax + u$ با وجود قید $|u| \leq 1$ به فرم زیر است:

$$u^* = \begin{cases} -1 & p^* > 1 \\ -p^* & -1 \leq p^* \leq 1 \\ +1 & p^* < -1 \end{cases}$$

فرم تابع هزینه کدام است؟

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} u^2 dt \quad (1)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_f} |u| dt \quad (2)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{1}{2} u^2 + |u| \right) dt \quad (4)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_f} dt \quad (3)$$

۴۲- برای سیستم دینامیکی با معادله دیفرانسیل $\dot{x} = u$ برای انتقال از نقطه $x(0) = 1$ به مبدأ $x(t_f) = 0$ در زمان

آزاد برای کمترین تلاش کنترلی با قید $|u| \leq 1$ ، چه شرایطی برای جواب کنترل بهینه u^* وجود دارد؟

- (۱) همیشه جواب یکتا وجود دارد که به صورت $u^* = -1$ برای بازه $0 \leq t \leq 1$ است.
- (۲) اگر اجازه سوئیچ فرمان کنترلی داده نشود، جواب یکتا وجود دارد که به صورت $u^* = -1$ برای بازه $0 \leq t \leq 1$ است.
- (۳) اگر اجازه سوئیچ فرمان کنترلی داده شود، جواب یکتا u^* وجود ندارد و بی‌نهایت جواب با قیود مطرح شده می‌توانند سیستم را به مبدأ برسانند.
- (۴) همیشه جواب یکتا u^* وجود ندارد و بی‌نهایت جواب با قیود مطرح شده می‌توانند سیستم را به مبدأ برسانند.

۴۳- منحنی پیوسته بهینه برای کمینه کردن تابع هزینه $J(x) = \int_0^4 \dot{x}^2 (1-x)^2 dt$ ، برای رسیدن از نقطه $x(0) = 0$

به $x(4) = 0$ که در طی مسیر از نقطه $x(2) = 1$ گذر کرده باشد، کدام است؟

$$x^*(t) = \begin{cases} t^2/4 & 0 \leq t \leq 2 \\ t - t^2/4 & 2 < t \leq 4 \end{cases} \quad (1)$$

$$x^*(t) = \begin{cases} t^2 & 0 \leq t \leq 1 \\ 1 & 1 < t \leq 3 \\ -8 + 6t - t^2 & 3 < t \leq 4 \end{cases} \quad (2)$$

$$x^*(t) = \begin{cases} t/2 & 0 \leq t \leq 2 \\ 2 - \frac{t}{2} & 2 < t \leq 4 \end{cases} \quad (3)$$

$$x^*(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t \leq 1 \\ 1 & 1 < t \leq 3 \\ 4 - t & 3 < t \leq 4 \end{cases} \quad (4)$$

۴۴- برای سیستم دینامیکی با معادله دیفرانسیل $\dot{\bar{x}} = \bar{a}(\bar{x}, t) + \bar{u}$ با تابع $J = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^m |u_i| dt$ و قید $|u_i| \leq 1$

قانون کنترل تابع متغیرهای شبه - حالت کدام است؟ توجه کنید که $\bar{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{Bmatrix}$ و $\bar{x} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix}$

$$u^* = \begin{cases} -1 & p_i^* > 1 \\ 0 & -1 \leq p_i^* \leq 1 \\ +1 & p_i^* < -1 \end{cases} \quad (۱)$$

$$u^* = \begin{cases} -1 & p_i^* > 1 \\ \text{undetermined nonpositive value} & p_i^* = 1 \\ 0 & -1 < p_i^* < 1 \\ \text{undetermined nonnegative value} & p_i^* = -1 \\ +1 & p_i^* < -1 \end{cases} \quad (۲)$$

$$u^* = \begin{cases} -1 & p_i^* > 1 \\ -p^* & -1 \leq p_i^* \leq 1 \\ +1 & p_i^* < -1 \end{cases} \quad (۳)$$

$$u^* = \begin{cases} -1 & p_i^* > 1 \\ \text{undetermined nonpositive value} & p_i^* = 1 \\ -p^* & -1 < p_i^* < 1 \\ \text{undetermined nonnegative value} & p_i^* = -1 \\ +1 & p_i^* < -1 \end{cases} \quad (۴)$$

۴۵- برای یک ماهواره دو معیار کارآیی زیر در نظر گرفته شده است، که منجر به مصرف حداقل سوخت گردد. در مورد این معیارها برای این مسئله کدام عبارت صحیح است؟

$$J_1 = \int_{t_0}^{t_f} |u(t)| dt$$

$$J_2 = \int_{t_0}^{t_f} u^2(t) dt$$

سوخت $\propto \dot{m}$ تراست u

(۱) J_1 واقعی تر است ولی محاسبه J_2 راحت تر است.

(۲) محاسبه J_1 راحت تر است ولی J_2 واقعی تر است.

(۳) هر دو واقعی هستند ولی سلیقه طراح متفاوت است.

(۴) چون $|u| = \sqrt{u^2}$ لذا هر دو دقیقاً به یک نتیجه منجر می شوند.