

کد کنترل

270

E



270E

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
 امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
 وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
 سازمان سنجش آموزش کشور

صبح جمعه
 ۱۳۹۶/۱۲/۴
 دفترچه شماره (۱)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۷

رشته آمار (کد ۲۲۳۲)

تعداد سؤال: ۴۵

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: مبانی آنالیز ریاضی - ریاضی عمومی ۱ و ۲ - مبانی احتمال - احتمال ۱ و ۲ - استنباط آماری ۱	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- فرض کنید $\Psi(x) = \frac{d}{dx} \ln(\Gamma(x))$, $x > 0$ ، که در آن Γ تابع گاما می‌باشد. تابع $\Psi(x+1) - \Psi(x)$ کدام است؟

(۱) e^x

(۲) $\ln x$

(۳) $\frac{1}{x}$

(۴) $\frac{1}{x^2}$

۲- مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) $+\infty$

(۴) موجود نیست.

۳- مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \tan \frac{1}{n} \cdot \ln \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{n}} \times \dots \times \frac{1}{1 + \frac{1}{n(n-1)}} \right)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2} \ln 2 + 1$

(۲) $\frac{1}{2} \ln 2 - 1$

(۳) $1 + \frac{1}{2} \ln 2$

(۴) $1 - \frac{1}{2} \ln 2$

۴- اگر $y = x^y$ ، مقدار $\frac{dy}{dx}$ در نقطه $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ کدام است؟

(۱) -۱

(۲) ۰

(۳) ۱

(۴) e

۵- مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n}{2n+1} \left(\frac{1}{3}\right)^n$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}\pi}{6}$

(۲) $\frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{2}$

(۳) $\frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{2}$

(۴) $\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}\pi}{6}$

۶- مقدار $\int_0^1 \log(1-x) dx$ کدام است؟

(۱) $-\infty$

(۲) -1

(۳) 0

(۴) 1

۷- معادله $e^x = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

(۱) 0

(۲) 1

(۳) 2

(۴) 3

۸- توابع $f(x) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^m$ و $g(x) = \frac{f(x)}{1-x}$ را برای $|x| < 1$ در نظر بگیرید، تابع $g(x)$ کدام است؟

(۱) $\sum_{i=0}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^i a_k\right) x^i$

(۲) $\sum_{i=0}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^{i+1} a_k\right) x^i$

(۳) $\sum_{i=0}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^i (k+1)a_k\right) x^i$

(۴) $\sum_{i=0}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^{i+1} (k+1)a_k\right) x^i$

۹- حجم جسم دوار حاصل از دوران ناحیه بین دو منحنی $y = x^2$ و $y = x^3$ حول محور y ها کدام است؟

(۱) π

(۲) $\frac{3\pi}{5}$

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۴) $\frac{\pi}{10}$

۱۰- مقدار $\int_0^1 \int_0^1 \frac{\Delta x}{\sqrt{x} + y^{\Delta}} dy dx$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2} \ln 2$

(۲) $\frac{1}{3} \ln 2$

(۳) $2 \ln 2$

(۴) $3 \ln 2$

۱۱- به چند طریق می توان ۱۳ مهره یکسان را بین ۸ نفر تقسیم کرد به طوری که به هر نفر حداکثر ۲ مهره برسد؟

(۱) ۱۱۲

(۲) ۱۲۱

(۳) ۱۲۰

(۴) ۱۰۲

۱۲- اگر در یافته های مرتب شده $x_{(9)}, x_{(10)}, x_{(11)}$ مقدار برد میان چارکی (IQR) برابر ۱۰ باشد، در این صورت مقدار $x_{(9)}$ کدام است؟

(۱) ۱۴

(۲) ۱۵

(۳) ۱۶

(۴) ۱۷

۱۳- در شهری تعداد افراد دارای گروه خونی O و گروه خونی A تقریباً با هم برابرند. تعداد افراد گروه خونی B، $\frac{1}{10}$ برابر تعداد افراد گروه خونی A و دو برابر تعداد افراد گروه خونی AB هستند. احتمال اینکه نوزادی که فرار است

در این شهر تازه به دنیا آید دارای گروه خونی AB باشد، کدام است؟

(۲) $\frac{2}{43}$

(۱) $\frac{1}{43}$

(۴) $\frac{4}{43}$

(۳) $\frac{3}{43}$

۱۴- در یک مسابقه پینت‌بال، کیوان و کامران یکی پس از دیگری به سمت یکدیگر تیرهای رنگی پرتاب می‌کنند، هر کدام که زودتر بتواند تیررنگی را به دیگری بزند، برنده اعلام می‌شود. با فرض اینکه اصابت تیر به هر یک دارای احتمال مساوی p باشد و کیوان تیر اول را پرتاب کند، احتمال برنده شدن کامران کدام است؟

$$(۱) \frac{p}{1-(1-p)^2}$$

$$(۲) \frac{p^2}{1-(1-p)^2}$$

$$(۳) \frac{1-p}{1-(1-p)^2}$$

$$(۴) \frac{(1-p)p}{1-(1-p)^2}$$

۱۵- دو جعبه در اختیار داریم، در جعبه اول ۴ فیوز سالم و ۶ فیوز خراب و در جعبه دوم ۱۶ فیوز سالم و a فیوز خراب وجود دارد. یک فیوز از هر جعبه به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال اینکه هر دو سالم یا هر دو خراب باشند، $\frac{1}{3}$ است. مقدار a کدام است؟

$$(۱) ۱۰$$

$$(۲) ۱۲$$

$$(۳) ۱۴$$

$$(۴) ۱۶$$

۱۶- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با توزیع پواسون و با واریانس یک باشد، مقدار متوسط فاصله X از میانگین آن کدام است؟

$$(۱) \frac{1}{e}$$

$$(۲) \frac{2}{e}$$

$$(۳) ۱$$

$$(۴) 2e$$

۱۷- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت بر بازه $[-1, 1]$ باشد. کدام یک از دو متغیر تصادفی زیر ناهمبسته هستند؟

$$(۱) X \text{ و } -X$$

$$(۲) X^2 \text{ و } X$$

$$(۳) X^3 \text{ و } X$$

$$(۴) X \text{ و } \sin(X)$$

۱۸- در دسته کلید شخصی n کلید وجود دارد که فقط یکی از آنها درب اتاق کارش را باز می‌کند. هر بار این شخص به تصادف و یک به یک هر یک از کلیدها را مستقل از یکدیگر امتحان می‌کند. واریانس تعداد دفعاتی که لازم است تا درب باز شود در صورتی که کلیدهای اشتباهی کنار گذاشته شوند، کدام است؟

$$(1) \frac{n(n-1)}{12}$$

$$(2) \frac{n(n+1)}{12}$$

$$(3) \frac{n^2-1}{12}$$

$$(4) \frac{n^2+1}{12}$$

۱۹- تعداد ۱۶ عدد به تصادف و با جایگذاری از مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ انتخاب می‌شود. فرض کنید X تعدادی از این اعداد که کمتر یا مساوی پنج هستند و Y تعدادی که بیش از پنج هستند، باشند، کواریانس X و Y کدام است؟

$$(1) 2$$

$$(2) -2$$

$$(3) 4$$

$$(4) -4$$

۲۰- نقطه‌ای به تصادف در بازه $[0, 1]$ انتخاب می‌کنیم و آن را t می‌نامیم. متغیر تصادفی S را سطح محصور بین منحنی $y = x^3$ و محور x ها از نقطه صفر تا نقطه انتخاب شده t در نظر می‌گیریم، در این صورت تابع چگالی احتمال S کدام است؟

$$(1) (4s)^{-\frac{3}{4}}; 0 \leq s \leq 1$$

$$(2) (4s)^{\frac{3}{4}}; 0 \leq s \leq \frac{3}{4}$$

$$(3) \frac{\sqrt{2}}{4} s^{-\frac{3}{4}}; 0 \leq s \leq \frac{1}{4}$$

$$(4) \left(\frac{1}{4s}\right)^{-\frac{3}{4}}; 0 \leq s \leq 1$$

۲۱- فرض کنید X_1, \dots, X_n متغیرهای تصادفی نمایی مستقل با $E(X_i) = \frac{1}{\lambda_i}$ ، $i = 1, 2, \dots, n$ باشند. مقدار

$P(X_{(1)} = X_1)$ کدام است؟ ($X_{(1)}$ آماره ترتیبی اول است)

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \dots + \lambda_n} \quad (1)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \dots + \lambda_{n-1}} \quad (2)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \dots + \lambda_n} \quad (3)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \dots + \lambda_{n-1}} \quad (4)$$

۲۲- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی با تابع احتمال توأم زیر باشند. مقدار $E[\text{cov}(Y, Y | X)]$ کدام است؟

$$f(x, y) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{(y+1)!}, \quad x = 0, 1, \dots, y, \quad y = 0, 1, 2, \dots, \quad \lambda > 0$$

$$\lambda \quad (1)$$

$$\lambda^2 \quad (2)$$

$$\frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\lambda^2}{2} \quad (4)$$

۲۳- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل از توزیع برنولی با پارامتر p باشند. مقدار $E(XY | X + Y)$ کدام است؟

$$\begin{cases} 0 & x + y = 2 \\ 1 & x + y = 0, 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 0 & x + y = 0, 1 \\ 1 & x + y = 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} 0 & x + y = 2 \\ \frac{1}{2} & x + y = 0, 1 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} 0 & x + y = 0, 1 \\ \frac{1}{2} & x + y = 2 \end{cases} \quad (4)$$

۲۴- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی با تابع احتمال توأم زیر باشند. مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{n(n+1)}{X(1+X)} Y e^{-X} \right\}$ کدام است؟

$$P(X=i, Y=j) = \frac{2}{n(n+1)}, \quad j=1,2,\dots,i, \quad i=1,2,\dots,n$$

(۱) $\frac{e}{e-1}$

(۲) $\frac{1}{e-1}$

(۳) $\frac{2}{e-1}$

(۴) $\frac{1}{2(e-1)}$

۲۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پواسون با میانگین θ باشد. همچنین فرض کنید \bar{X}_n میانگین نمونه است. توزیع مجانبی $\sqrt{n} \left(\frac{1}{\bar{X}_n} - \frac{1}{\theta} \right)$ کدام است؟

(۱) $N(0, 1)$

(۲) $N(0, \frac{1}{\theta^2})$

(۳) $N(0, \frac{1}{\theta^2})$

(۴) $N(0, \frac{1}{\theta^2})$

۲۶- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال با میانگین μ باشد. اگر \bar{X} میانگین نمونه باشد. کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(۱) \bar{X} برای μ^2 بسنده است.

(۲) \bar{X} برای μ^2 بسنده نیست.

(۳) \bar{X}^2 برای μ بسنده است.

(۴) \bar{X} برای μ^3 بسنده نیست.

۲۷- فرض کنید $X_j \sim P(\lambda \mu^{j-1})$ ، $j=1, \dots, n$ ، متغیرهای تصادفی مستقل از هم باشند که در آن λ و μ نامعلوم می‌باشند. آماره بسنده برای μ و λ کدام است؟

(۱) $(\sum X_j, \sum j^2 X_j)$

(۲) $(\sum (X_j - 1), \sum j X_j^2)$

(۳) $(\sum j X_j, \sum j^2 X_j)$

(۴) $(\sum X_j, \sum (j-1) X_j)$

۲۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ باشد. اگر $X_{(n)}$ بزرگ‌ترین آماره ترتیبی و M

میانۀ نمونه باشد (n عددی فرد است)، مقدار $E\left(\frac{M}{X_{(n)}}\right)$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{n}$

(۳) $\frac{n+1}{2n}$

(۴) $\frac{n+1}{n}\theta$

۲۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآورد گشتاوری θ کدام است؟

$$f_{\theta}(x) = \frac{1}{\text{Beta}(\alpha, \beta)} (x-\theta)^{\alpha-1} (1-x+\theta)^{\beta-1}, \theta < x < \theta+1, \theta \in \mathbb{R}, \text{Beta}(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} dx$$

(۱) \bar{x}

(۲) $\bar{x} - \frac{1}{2}$

(۳) $2\bar{x} - 1$

(۴) $\bar{x} + \frac{1}{2}$

۳۰- اگر X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد، تمام برآوردهای ماکسیمم درست‌نمایی (MLE) پارامتر θ براساس تک مشاهده $X = x$ کدام است؟ ($\alpha \in [0, 1]$)

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha} e^{x-\theta} & x < \theta \\ \frac{1}{\alpha} & \theta \leq x < \theta+1 \\ \frac{1}{\alpha} e^{-(x-\theta-1)} & x \geq \theta+1 \end{cases}$$

(۱) $\alpha x + 1$

(۲) $\alpha x - 1$

(۳) $x + \alpha$

(۴) $x - \alpha$

۳۱- فرض کنید X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد، اگر $x = 7$ مشاهده شود برآورد ماکسیمم درست‌نمایی (MLE) پارامتر θ کدام است؟

$$f_{\theta}(x) = \frac{(x-\theta)^2}{3}, \quad \theta-1 \leq x \leq \theta+2$$

۸ (۱)

۲ (۲)

۵ (۳)

۷ (۴)

۳۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n و Y_1, \dots, Y_n دو نمونه تصادفی مستقل از توزیع‌های نمایی به ترتیب با میانگین‌های θ و $\frac{1}{\theta}$ باشند. به ازای چه مقدار از آماره $T = C \frac{\bar{X}}{\bar{Y}}$ یک برآوردگر نارایب θ^2 است؟ ($n > 2$)

$\frac{n-2}{n}$ (۱)

$\frac{n-1}{n}$ (۲)

$\frac{n}{n-2}$ (۳)

$\frac{n}{n-1}$ (۴)

۳۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\theta, 1)$ باشد. UMVUE پارامتر $\gamma(\theta) = P_{\theta}(X_1 > 2\theta)$ کدام است؟ (Φ نمایانگر تابع توزیع نرمال استاندارد است)

$\Phi\left(\sqrt{\frac{n}{n-1}}\bar{X}\right)$ (۱)

$1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{n-1}{n}}\bar{X}\right)$ (۲)

$\Phi\left(\sqrt{\frac{n-1}{n}}\bar{X}\right)$ (۳)

$1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{n}{n-1}}\bar{X}\right)$ (۴)

۳۴- اگر X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد، برآورد UMVU صدک p ام توزیع کدام است؟ ($x_{1:n}$ و \bar{x} به ترتیب آماره ترتیبی اول و میانگین نمونه‌اند.)

$$f(x) = e^{-(x-\theta)}, \quad x > \theta$$

$\bar{x} - \frac{1}{n}$ (۱)

$x_{1:n} - \frac{1}{n} - \ln(1-p)$ (۲)

$x_{1:n} - \frac{1}{n}$ (۳)

$\bar{x} - \frac{1}{n} - \ln(1-p)$ (۴)

۳۵- فرض کنید $X \sim N(\theta, 1)$ و $h(\theta) = \theta^2$ باشد. مقدار تابع اطلاع فیشر $h(\theta)$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{\theta^2}$

(۳) $4\theta^2$

(۴) $\frac{1}{4\theta^2}$

۳۶- فرض کنید $\Lambda = \{a_1, a_2, a_3\}$ ، $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ ، جدول زیان و تابع احتمال به صورت زیر باشند. با در نظر گرفتن پیشین یکنواخت تصمیم بیز کدام است؟

$\Lambda \backslash \Theta$	a_1	a_2	a_3
θ_1	۰	۱	۲
θ_2	۲	۰	۱

$\Theta \backslash X$	x_1	x_2
θ_1	۰/۱	۰/۹
θ_2	۰/۹	۰/۱

$$d_{\pi}(x) = \begin{cases} a_2 & x = x_1 \\ a_1 & x = x_2 \end{cases} \quad (۱)$$

$$d_{\pi}(x) = \begin{cases} a_1 & x = x_1 \\ a_2 & x = x_2 \end{cases} \quad (۲)$$

$$d_{\pi}(x) = \begin{cases} a_2 & x = x_1 \\ a_3 & x = x_2 \end{cases} \quad (۳)$$

$$d_{\pi}(x) = \begin{cases} a_1 & x = x_1 \\ a_3 & x = x_2 \end{cases} \quad (۴)$$

۳۷- فرض کنید $A = \{a_1, a_2\}$ ، $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ ، جدول زیان و تابع احتمال به صورت زیر باشند. تصمیم مینیماکس (غیر تصادفی) کدام است؟

A \ Θ	a_1	a_2	x \ θ	۰	۱
	θ_1	۱ ۰		θ_1	۰/۲
θ_2	۲ ۳	θ_2	۰/۹	۰/۱	

$$\delta_M(x) \equiv a_1 \quad (۱)$$

$$\delta_M(x) = \begin{cases} a_1 & x = 0 \\ a_2 & x = 1 \end{cases} \quad (۲)$$

$$\delta_M(x) \equiv a_2 \quad (۳)$$

$$\delta_M(x) = \begin{cases} a_2 & x = 0 \\ a_1 & x = 1 \end{cases} \quad (۴)$$

۳۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر λ باشد. اگر توزیع نمایی با پارامتر ۱ به عنوان توزیع پیشین برای λ در نظر گرفته شود، برآورد بیز برای $\psi(\lambda) = e^{-\lambda}$ تحت تابع زیان مربع خطا کدام است؟

$$\left(\frac{1}{n+1}\right)^{\bar{x}} \quad (۱)$$

$$e^{-\frac{\sum x_i + 1}{n+1}} \quad (۲)$$

$$\left(\frac{n+1}{n+2}\right)^{\sum x_i + 1} \quad (۳)$$

$$e^{-\bar{x}} \quad (۴)$$

۳۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه $(\theta, \theta + \delta)$ باشد و θ خود دارای توزیع پیشین یکنواخت روی بازه (c, ∞) است. تابع زیان را به صورت $L(\theta, \delta) = \left(\frac{\delta - \theta}{\theta}\right)^2$ در نظر بگیرید. برآورد بیز پارامتر θ کدام است؟ ($X_{(n)}$ آماره ترتیبی n ام است)

$$\frac{n+1}{n} X_{(n)} \cdot c \frac{X_{(n)}^n - c^n}{X_{(n)}^{n+1} - c^{n+1}} \quad (۱)$$

$$\frac{n+1}{n} X_{(n)} \frac{X_{(n)}^n - c^n}{X_{(n)}^{n+1} - c^{n+1}} \quad (۲)$$

$$\frac{n+1}{n} X_{(n)} \cdot c \frac{X_{(n)}^n + c^n}{X_{(n)}^{n+1} + c^{n+1}} \quad (۳)$$

$$\frac{n+1}{n} X_{(n)} \frac{X_{(n)}^n + c^n}{X_{(n)}^{n+1} + c^{n+1}} \quad (۴)$$

۴۰- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه $(\theta, \theta + 1)$ باشد. اگر بدانیم θ دارای تابع چگالی احتمال پیشین $U(\theta, 1)$ است، برآورد بیز θ تحت تابع زیان مربع خطا کدام است؟ ($X_{(i)}$ i امین آماره ترتیبی است)

$$\frac{X_{(n)} + X_{(1)}}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{X_{(n)} + X_{(1)} - 1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{\min(\theta, X_{(n)} - 1) + \max(1, X_{(1)})}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\max(\theta, X_{(n)} - 1) + \min(1, X_{(1)})}{2} \quad (۴)$$

۴۱- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $\text{Bin}(1, \theta)$ باشد. اگر تابع زیان مربع خطا، $\gamma(\theta) = \theta(1-\theta)$ و $\hat{\theta}_B$ و $\hat{\gamma}_B$ به ترتیب نمایانگر برآوردگرهای بیز $\gamma(\theta)$ و θ تحت تابع زیان مربع خطا با در نظر گرفتن پیشین یکنواخت و $\hat{\theta}$ برآوردگر ML پارامتر θ باشند، کدام گزینه با احتمال یک برقرار است؟

$$\gamma(\hat{\theta}_B) = \hat{\gamma}_B \quad (۱)$$

$$\gamma(\hat{\theta}) > \hat{\gamma}_B \quad (۲)$$

$$\gamma(\hat{\theta}_B) \neq \hat{\gamma}_B \quad (۳)$$

$$\gamma(\hat{\theta}) < \hat{\gamma}_B \quad (۴)$$

۴۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع $\text{Exp}(1, \mu)$ ، با تابع چگالی احتمال زیر باشد. اگر $x_{1:n}$ اولین آماره ترتیبی در این نمونه باشد. در کلاس برآوردگرهای $\{c(x_{1:n} - \frac{1}{n}) : c > 0\}$ تحت تابع زیان مربع خطا، برآورد مینیماکس μ کدام است؟

$$f_\mu(x) = \exp\{-(x-\mu)\}, x > \mu$$

$$\frac{n}{n+1}(x_{1:n} - \frac{1}{n}) \quad (۱)$$

$$(x_{1:n} - \frac{1}{n}) \quad (۲)$$

$$\frac{n}{n+2}(x_{1:n} - \frac{1}{n}) \quad (۳)$$

$$\frac{n+1}{n}(x_{1:n} - \frac{1}{n}) \quad (۴)$$

۴۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع توزیع F باشد. برآوردگر مینیماکس $P(X_1 \leq 0)$ با در نظر گرفتن تابع زیان مربع خطا کدام است؟ ($T = \# \text{ of } X_i \leq 0$)

$$\frac{T}{\sqrt{n}} \frac{1}{1+\sqrt{n}} + \frac{1}{2(1+\sqrt{n})} \quad (۱)$$

$$\frac{T}{n} \frac{1}{1+\sqrt{n}} + \frac{1}{2(1+\sqrt{n})} \quad (۲)$$

$$\frac{T}{\sqrt{n}} \frac{1}{1+\sqrt{n}} + \frac{1}{1+\sqrt{n}} \quad (۳)$$

$$\frac{T}{n} \frac{1}{1+\sqrt{n}} + \frac{1}{1+\sqrt{n}} \quad (۴)$$

۴۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پاراتو با تابع چگالی احتمال زیر باشد. اگر

$$T_1 = \frac{1}{n-1} \sum \ln \frac{X_i}{X_{(1)}}, \quad T_2 = \frac{1}{n} \sum \ln \frac{X_i}{X_{(1)}} \quad \text{و} \quad T_3 = \frac{1}{n+1} \sum \ln \frac{X_i}{X_{(1)}} \quad \text{باشند، تحت تابع زیان مربع خطا، گزینه}$$

صحیح کدام است؟

$$f_{\alpha, \sigma}(x) = \frac{\alpha \sigma^\alpha}{x^{\alpha+1}}, \quad x \geq \sigma$$

(۱) T_1 بر T_2 غلبه اکید دارد و T_2 مجاز (پذیرفتنی) نیست.

(۲) T_2 بر T_3 غلبه اکید دارد و T_3 مجاز (پذیرفتنی) نیست.

(۳) T_2 بر T_1 غلبه اکید دارد و T_1 مجاز (پذیرفتنی) نیست.

(۴) T_1 بر T_3 غلبه اکید دارد و T_3 مجاز (پذیرفتنی) نیست.

۴۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(\sigma, \theta)$ باشد. با تعریف $\delta_1(\underline{X}) = (n+1)X_{(1)}$ و

$$\delta_2(\underline{X}) = 2\bar{X}, \quad \delta_3(\underline{X}) = \frac{n+1}{n} X_{(n)} \quad \text{و} \quad \delta_4(\underline{X}) = \frac{n+2}{n+1} X_{(n)}$$

است؟

(۱) $\delta_1(\underline{X})$ برآوردگر ناریب و مجاز (پذیرفتنی) برای θ است.

(۲) $\delta_4(\underline{X})$ برآوردگر اریب و مجاز (پذیرفتنی) برای θ است.

(۳) $\delta_2(\underline{X})$ برآوردگر ناریب و مجاز (پذیرفتنی) برای θ است.

(۴) $\delta_3(\underline{X})$ برآوردگر ناریب با کمترین واریانس و مجاز (پذیرفتنی) برای θ است.

سطح زیر منحنی نرمال استاندارد										
z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5198	.5238	.5278	.5317	.5357	.5396	.5436	.5475	.5514	.5553
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8484	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8769	.8789	.8809	.8828
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8926	.8944	.8962	.8979	.8996	.9013
1.3	.9032	.9049	.9066	.9083	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9701	.9707
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9934	.9936	.9938
2.5	.9941	.9943	.9945	.9947	.9949	.9951	.9953	.9955	.9957	.9959
2.6	.9961	.9963	.9965	.9967	.9968	.9969	.9971	.9972	.9973	.9974
2.7	.9975	.9976	.9977	.9978	.9979	.9980	.9981	.9982	.9983	.9984
2.8	.9985	.9986	.9987	.9988	.9989	.9990	.9991	.9992	.9993	.9994
2.9	.9995	.9996	.9997	.9998	.9999					
3.0	.9998	.9999								
3.1	.9999									
3.2										
3.3										
3.4										

مقادیر بحرانی توزیع t									
df	.10	.05	.025	.01	.005				
1	1.638	1.385	1.274	1.161	1.156				
2	1.885	1.390	1.201	1.060	1.056				
3	1.638	1.250	1.176	1.045	1.041				
4	1.533	1.190	1.133	1.017	1.013				
5	1.476	1.156	1.101	1.000	0.996				
6	1.440	1.133	1.076	0.989	0.985				
7	1.415	1.113	1.056	0.980	0.976				
8	1.397	1.093	1.041	0.973	0.969				
9	1.385	1.083	1.031	0.967	0.963				
10	1.372	1.076	1.021	0.962	0.958				
11	1.365	1.071	1.016	0.958	0.954				
12	1.356	1.066	1.011	0.955	0.951				
13	1.350	1.062	1.007	0.952	0.948				
14	1.345	1.059	1.004	0.950	0.946				
15	1.341	1.056	1.001	0.948	0.944				
16	1.337	1.054	1.000	0.946	0.942				
17	1.333	1.052	0.999	0.945	0.941				
18	1.330	1.051	0.998	0.944	0.940				
19	1.327	1.050	0.997	0.943	0.939				
20	1.325	1.049	0.997	0.942	0.938				
21	1.323	1.048	0.996	0.941	0.937				
22	1.321	1.047	0.996	0.941	0.937				
23	1.319	1.046	0.995	0.940	0.936				
24	1.318	1.045	0.995	0.940	0.936				
25	1.316	1.044	0.995	0.940	0.936				
26	1.315	1.044	0.995	0.940	0.936				
27	1.314	1.043	0.995	0.940	0.936				
28	1.313	1.043	0.995	0.940	0.936				
29	1.311	1.042	0.995	0.940	0.936				
30	1.311	1.042	0.995	0.940	0.936				

مقادیر بحرانی توزیع مربع کای									
df	.995	.990	.975	.950	.900	.850	.800	.750	.700
1	48.5	0.0001	0.0000	0.0009	0.0023	0.0039	0.0054	0.0068	0.0081
2	0.010	0.0001	0.0000	0.0023	0.0054	0.0081	0.0107	0.0136	0.0168
3	0.071	0.0148	0.0158	0.0218	0.0318	0.0418	0.0518	0.0618	0.0718
4	0.206	0.2971	0.3367	0.4114	0.4864	0.5614	0.6364	0.7114	0.7864
5	0.411	0.5543	0.6163	0.6913	0.7663	0.8413	0.9163	0.9913	1.0663
6	0.675	0.8720	0.9443	1.0293	1.1043	1.1793	1.2543	1.3293	1.4043
7	0.989	1.2396	1.3216	1.4166	1.4916	1.5666	1.6416	1.7166	1.7916
8	1.344	1.6695	1.7615	1.8665	1.9415	2.0165	2.0915	2.1665	2.2415
9	1.754	2.0899	2.1919	2.3069	2.3819	2.4569	2.5319	2.6069	2.6819
10	2.155	2.5982	2.7002	2.8252	2.9002	2.9752	3.0502	3.1252	3.2002
11	2.603	3.0514	3.1634	3.3084	3.3934	3.4684	3.5434	3.6184	3.6934
12	3.073	3.5305	3.6525	3.8175	3.9025	3.9775	4.0525	4.1275	4.2025
13	3.565	4.0327	4.1647	4.3497	4.4447	4.5197	4.5947	4.6697	4.7447
14	4.066	4.5749	4.7169	4.9219	5.0269	5.1019	5.1769	5.2519	5.3269
15	4.580	5.1371	5.2891	5.5141	5.6291	5.7041	5.7791	5.8541	5.9291
16	5.107	5.6893	5.8513	6.0963	6.2213	6.3063	6.3813	6.4563	6.5313
17	5.647	6.2515	6.4235	6.6885	6.8235	6.9085	6.9835	7.0585	7.1335
18	6.199	6.7837	6.9657	7.2507	7.3957	7.4807	7.5557	7.6307	7.7057
19	6.763	7.3679	7.5599	7.8649	8.0299	8.1149	8.1899	8.2649	8.3399
20	7.337	7.9619	8.1639	8.4869	8.6619	8.7469	8.8219	8.8969	8.9719
21	7.921	8.5659	8.7779	9.1209	9.3059	9.3909	9.4659	9.5409	9.6159
22	8.515	9.1799	9.4019	9.7639	9.9589	10.0439	10.1189	10.1939	10.2689
23	9.119	9.7539	9.9859	10.3679	10.5729	10.6579	10.7329	10.8079	10.8829
24	9.733	10.3879	10.6299	11.0619	11.2769	11.3619	11.4369	11.5119	11.5869
25	10.357	11.0319	11.2839	11.7359	11.9609	12.0459	12.1209	12.1959	12.2709
26	10.991	11.6859	11.9479	12.4179	12.6529	12.7379	12.8129	12.8879	12.9629
27	11.635	12.3199	12.5919	13.0819	13.3269	13.4119	13.4869	13.5619	13.6369
28	12.289	12.9939	13.2759	13.8659	14.1209	14.2059	14.2809	14.3559	14.4309
29	12.953	13.6779	13.9699	14.5819	14.8469	14.9319	15.0069	15.0819	15.1569
30	13.627	14.3719	14.6739	15.2939	15.5689	15.6539	15.7289	15.8039	15.8789