

کد کنترل



276E

276

E

نام:

محل امضا:

نام خانوادگی:

صبح جمعه
۱۳۹۶/۱۲/۴

دفترچه شماره (۱)



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود..»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشاورز

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمركز) - سال ۱۳۹۷

رشته فیزیک (کد ۲۲۳۸)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته - الکترومغناطیس والکترودینامیک - ترودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق جا به تکبر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیک و...) بس از برگزاری آزمون، برای تبعیض انتخاب حقیقی و حقوقی تها با مجوز این سازمان مجاز نیاشد و با مختلفین برای غفران رفتار می شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، بهمنزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

-۱ عملگر $a = |1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|$ را که در آن $|1\rangle$ و $|2\rangle$ حالت‌های بهنجار متعامد هستند در نظر بگیرید. حاصل جابه‌جاگر

$$(i = \sqrt{-1}) \quad [a, a^\dagger]$$

$$|1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2| \quad (1)$$

$$|1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2| \quad (2)$$

$$|1\rangle\langle 2| - |2\rangle\langle 1| \quad (3)$$

$$|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1| \quad (4)$$

-۲ هامیلتونی دستگاهی به صورت $H = a_1\sigma_1 + a_2\sigma_2 + a_3\sigma_3$ است که در آن a_i ماتریس واحد، σ_i برداری حقیقی با مؤلفه‌های

$a_i = (a_{1i}, a_{2i}, a_{3i})$ ، $\sigma_i = (\sigma_{1i}, \sigma_{2i}, \sigma_{3i})$ است. σ_i ها ($i = 1, 2, 3$) ماتریس‌های پانولی

هستند. قدر مطلق تفاضل بین ویژه مقادیر انرژی این دستگاه کدام است؟

$$\sqrt{a_1^2 + |a_2^2 - a_3^2|} \quad (1)$$

$$2\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \quad (2)$$

$$\sqrt{a_2^2 + |a_1^2 - a_3^2|} \quad (3)$$

$$2(a_1 + a_2 + a_3) \quad (4)$$

-۳ عملگر $S_n = \vec{S} \cdot \hat{n}$ را که در آن $\vec{S} = \frac{\hbar}{2}(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ و $\hat{n} = \sin\beta\hat{i} + \cos\beta\hat{k}$ ماتریس‌های پانولی

هستند در نظر بگیرید. نمایش عملگر S_n در پایه $|+\rangle$ و $|-\rangle$ ، ویژه حالت‌های عملگر S_z ، کدام است؟

$$\frac{\hbar}{2}\cos\beta(|+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle -|) + \frac{\hbar}{2}\sin\beta(|+\rangle\langle -| - |-\rangle\langle +|) \quad (1)$$

$$\frac{\hbar}{2}\cos\beta(|+\rangle\langle +| + |-\rangle\langle -|) + \frac{\hbar}{2}\sin\beta(|+\rangle\langle -| + |-\rangle\langle +|) \quad (2)$$

$$\frac{\hbar}{2}\cos\beta(|+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle -|) + \frac{\hbar}{2}\sin\beta(|+\rangle\langle -| + |-\rangle\langle +|) \quad (3)$$

$$\frac{\hbar}{2}\cos\beta(|+\rangle\langle +| + |-\rangle\langle -|) + \frac{\hbar}{2}\sin\beta(|+\rangle\langle -| - |-\rangle\langle +|) \quad (4)$$

-۴ اگر $\langle n |$ ویژه حالت انرژی یک نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی به جرم m و بسامد زاویه‌ای ω و

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}(x + \frac{i p}{m\omega})$$

$$ih\left(\sqrt{(m+1)n} - \delta_{m+1,n-1} - \sqrt{m(n+1)} - \delta_{m-1,n+1}\right) \quad (1)$$

$$ih\left(-\sqrt{m(m-1)} - \delta_{m-1,n} - \sqrt{n(n-1)} - \delta_{m,n-1}\right) \quad (2)$$

$$ih\left(\sqrt{(m+1)(m+2)} - \delta_{m+2,n} - \sqrt{n(n-1)} - \delta_{m,n-1}\right) \quad (3)$$

$$ih\left(\sqrt{m(n+1)} - \delta_{m-1,n+1} - \sqrt{n(m+1)} - \delta_{m+1,n-1}\right) \quad (4)$$

ذره‌ای به جرم m در چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی به عرض a ، $0 < x < a$ قرار دارد. تبدیل فوریه

$$\text{انتشارگر این ذره} \cdot \tilde{K}(x, x'; E) = \int_0^\infty dt e^{\frac{iEt}{\hbar}} K(x, t; x', 0) \quad \text{کدام است؟}$$

$$\tilde{K}(x, x'; E) = \sqrt{\frac{\gamma i \hbar}{a}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) + \sin\left(\frac{n\pi x'}{a}\right)}{E - \frac{n^2 \hbar^2}{\lambda m a^2}} \quad (1)$$

$$\tilde{K}(x, x'; E) = \frac{\gamma i \hbar}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi x'}{a}\right)}{E + \frac{n^2 \hbar^2}{\lambda m a^2}} \quad (2)$$

$$\tilde{K}(x, x'; E) = \sqrt{\frac{\gamma i \hbar}{a}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) + \sin\left(\frac{n\pi x'}{a}\right)}{E + \frac{n^2 \hbar^2}{\lambda m a^2}} \quad (3)$$

$$\tilde{K}(x, x'; E) = \frac{\gamma i \hbar}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi x'}{a}\right)}{E - \frac{n^2 \hbar^2}{\lambda m a^2}} \quad (4)$$

-۶ در یک فضای سه بعدی، ماتریس چگالی یک دستگاه بر حسب پایه‌های بهنجار متعامد $\langle \Psi_1 |, \Psi_2 |, \Psi_3 |$ به

$0 \leq \theta \leq \pi$ است که در آن $\rho = \cos^2 \theta |\Psi_1\rangle\langle\Psi_1| + \sin^2 \theta |\Psi_2\rangle\langle\Psi_2| + 2 \sin \theta \cos \theta |\Psi_3\rangle\langle\Psi_3|$

شکل $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi_3\rangle$ باشد. اگر A میانگین آنسامبلی عملگر $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ باشد که در آن $A =$

کدام نامساوی درست است؟

$$\frac{1}{\lambda} \leq [A] \leq \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \leq [A] \leq \frac{3}{\lambda} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\lambda} \leq [A] \leq \frac{3}{\lambda} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \leq [A] \leq \frac{1}{2} \quad (4)$$

-۷ ذرات با اسپین ۱ را از یک دستگاه اشترون - گرلاخ که میدان مغناطیسی آن در جهت \hat{k} است عبور می‌دهیم، این دستگاه مشاهده پذیر $\hat{S}\cdot\hat{n}$ را اندازه‌گیری می‌کند. ذرات خروجی را که دارای ویژه مقدار بزرگتر هستند جدا می‌کنیم و آن‌ها را از دستگاه اشترون - گرلاخ دیگری که میدان مغناطیسی آن در جهت \hat{k} است عبور می‌دهیم، احتمال این که ذرات خروجی از دستگاه دوم دارای $s_z = \frac{\hbar}{2}$ باشند، چقدر است؟

$$d^{(1)}(\beta) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \cos\beta & -\sqrt{2}\sin\beta & 1 - \cos\beta \\ \sqrt{2}\sin\beta & 2\cos\beta & -\sqrt{2}\sin\beta \\ 1 - \cos\beta & \sqrt{2}\sin\beta & 1 + \cos\beta \end{pmatrix} \quad \text{در صورت نیاز:}$$

$$\cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (1)$$

$$\cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (2)$$

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3)$$

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (4)$$

-۸ $X^{(k_1=2)}$ و $Z^{(k_2=3)}$ دو تانسور گروی تقلیل ناپذیر رتبه ۲ و ۳ هستند. از ترکیب خطی مؤلفه‌های مختلف حاصل ضرب این دو، $X_{q_1}^{(k_1)} Z_{q_2}^{(k_2)}$ ، می‌توان تانسور گروی تقلیل ناپذیر رتبه k ساخت. k کدام مقادیر را می‌تواند اختیار کند؟

$$k = 5, k = 3, k = 1 \quad (1)$$

$$k = 4, k = 2, k = 0 \quad (2)$$

$$k = 6, k = 4, k = 2 \quad (3)$$

$$k = 6, k = 3, k = 0 \quad (4)$$

-۹ $D^{(j_1=\frac{1}{2})} \otimes D^{(j_2=\frac{1}{2})}$ در عملگر دوران حول \hat{n} به اندازه ϕ است. برای \hat{n} و ϕ دلخواه، عملگر $D^{(j)}$ $= e^{\frac{-i}{\hbar} \vec{J} \cdot \hat{n} \phi}$ پایه‌های $|j, m\rangle$ حداکثر چند عنصر صفر دارد؟ $(|j, m\rangle)$ ویژه حالت مشترک J_z و J^2 است که $\vec{J}_1 \otimes \vec{J}_2 + \vec{J}_2 \otimes \vec{J}_1$ است.

$$5 \quad (1)$$

$$6 \quad (2)$$

$$7 \quad (3)$$

$$8 \quad (4)$$

- ۱۰ هامیلتونی دستگاهی به شکل $H = \sum_{n=1}^N E_n |n\rangle\langle n| + \sum_{n=1}^N W \{ |n\rangle\langle n+1| + |n+1\rangle\langle n| \}$ است که حالت‌های $|n\rangle$ متعامد و بهنچار هستند و E_n و W ضرایب ثابت‌اند. اگر شرط تناوبی $|N+1\rangle = |1\rangle$ برقرار باشد، ویژه مقادیر H کدام‌اند؟ ($n = 1, 2, \dots, N$)

$$E_n = E_0 + 2W \sin \frac{\pi n}{N} \quad (1)$$

$$E_n = E_0 + 2W \cos \frac{\pi n}{N} \quad (2)$$

$$E_n = E_0 + 2W \cos \frac{2\pi n}{N} \quad (3)$$

$$E_n = E_0 + 2W \sin \frac{2\pi n}{N} \quad (4)$$

- ۱۱ اگر θ عملگر وارون زمان، $|\alpha\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle$ و $|\alpha\rangle = |\sigma_z|+\rangle$ و $|\alpha\rangle = -|\sigma_z|-\rangle$ باشد، کدام عبارت صحیح است؟

$$\theta^\dagger |\alpha\rangle = |\alpha\rangle \quad (1)$$

$$\theta^\dagger |\alpha\rangle = -|\alpha\rangle \quad (2)$$

$$\theta^\dagger |\alpha\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle \quad (3)$$

$$\theta^\dagger |\alpha\rangle = \frac{-1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle \quad (4)$$

- ۱۲ هامیلتونی یک نوسانگر هماهنگ ساده سه بعدی همسانگرد $H = \frac{\vec{P}\cdot\vec{P}}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\vec{x}\cdot\vec{x}$ است. اگر این نوسانگر با انرژی پتانسیل $\lambda yx^2 z^2$ مختل شود، انرژی نخستین حالت برانگیخته تا اولین مرتبه غیر صفر کدام است؟
- (و \vec{P} به ترتیب عملگر مکان و تکانه خطی در سه بعد هستند).

$$\frac{3}{2}\hbar\omega \pm 2\lambda \left(\frac{\hbar}{2m\omega} \right)^2, \quad \frac{3}{2}\hbar\omega \quad (1)$$

$$\frac{3}{2}\hbar\omega \pm \frac{2}{\hbar\omega}\lambda^2 \left(\frac{\hbar}{2m\omega} \right)^2, \quad \frac{3}{2}\hbar\omega \quad (2)$$

$$\frac{3}{2}\hbar\omega \pm \frac{1}{\hbar\omega}\lambda^2 \left(\frac{\hbar}{2m\omega} \right)^2, \quad \frac{3}{2}\hbar\omega \quad (3)$$

$$\frac{3}{2}\hbar\omega \pm \lambda \left(\frac{\hbar}{2m\omega} \right)^2, \quad \frac{3}{2}\hbar\omega \quad (4)$$

- ۱۳ ذره‌ای به جرم m در لحظه $t = 0$ در حالت پایه یک چاه کوانتومی بینهایت یک بعدی که دیواره‌ها بیش از $x = 0$ و

است، قرار دارد. این ذره برای زمان‌های $0 \leq t \leq \infty$ تحت تأثیر پتانسیل اختلالی $V(t) = \lambda x^2 e^{-\frac{t}{\tau}}$ قرار می‌گیرد که در آن x عملگر مکان، τ پارامتر حقیقی ثابت و λ عدد حقیقی بسیار کوچکی هستند. احتمال آن که

$$\text{ذره در لحظه دلخواه } t \geq 0 \text{ در اولین حالت برانگیخته چاه یافت شود کدام است? } \left(\frac{3\pi^2 \hbar}{4ma} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$\left(\frac{4a^2 \lambda}{9\pi^2 \hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1 - e^{-t/\tau} \cos(\omega_{r1} t)}{\omega_{r1}^2 + \frac{1}{\tau^2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$\left(\frac{4a^2 \lambda}{9\pi^2 \hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1 + e^{-\tau t/\tau} - \tau e^{-\tau t/\tau} \sin(\omega_{r1} t)}{\omega_{r1}^2 + \frac{1}{\tau^2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$\left(\frac{4a^2 \lambda}{9\pi^2 \hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1 + e^{-\tau t/\tau} - \tau e^{-\tau t/\tau} \cos(\omega_{r1} t)}{\omega_{r1}^2 + \frac{1}{\tau^2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

- ۱۴ سطح مقطع پراکندگی کل کشسان ذره‌ای به جرم m از یک کره نرم با پتانسیل $V(r) = \begin{cases} V_0 & r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases}$ در تقریب

اول بورن به ازای $1 \ll ka$ کدام است؟ $(E = \frac{\hbar^2 k^2}{8m})$

$$\frac{16\pi}{9} \left(\frac{mV_0 a^2}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} a^2 \quad (1)$$

$$\frac{16\pi}{9} \left(\frac{mV_0 a^2}{\hbar^2} \right) a^2 \quad (2)$$

$$\frac{4\pi}{9} \left(\frac{mV_0 a^2}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} a^2 \quad (3)$$

$$\frac{4\pi}{9} \left(\frac{mV_0 a^2}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} a^2 \quad (4)$$

- ۱۵- دامنه پراکندگی کشسان پاره موج ℓ ام یک ذره به جرم m به شکل $f_\ell(k) = \frac{f_0 k_0^\ell}{k^\ell - (\ell+1)k_0^\ell}$ است. انرژی‌های مجاز حالات مقید این ذره کدام است؟ k_0 و f_0 ضرایب ثابتی هستند.

$$\ell \frac{\hbar^\ell k_0^\ell}{\gamma m} \quad (1)$$

$$\ell^\ell \frac{\hbar^\ell k_0^\ell}{\gamma m} \quad (2)$$

$$(\ell+1) \frac{\hbar^\ell k_0^\ell}{\gamma m} \quad (3)$$

$$\sqrt{\ell+1} \frac{\hbar^\ell k_0^\ell}{\gamma m} \quad (4)$$

- ۱۶- دوقطبی الکتریکی نقطه‌ای با گشتاور دو قطبی $\hat{P} = P\hat{k}$ در مبدأ مختصات قرار دارد. چگالی بار حجمی بیانگر این توزیع بار کدام است؟

$$\rho = -P \frac{\partial}{\partial z} \delta(\vec{x}) \quad (1)$$

$$\rho = +P \frac{\partial}{\partial z} \delta(\vec{x}) \quad (2)$$

$$\rho = -P \frac{d}{dz} \delta(z) \quad (3)$$

$$\rho = +P \frac{d}{dz} \delta(z) \quad (4)$$

- ۱۷- بر روی یک سطح رسانای کروی به شعاع R پتانسیل الکتریکی برابر با $V_0 \cos^\ell \theta = V_0 \phi$ است که در آن ϕ ضریبی ثابت و θ زاویه قطبی در دستگاه مختصات کروی است. مبدأ مختصات بر مرکز کره و محور z بر یکی از قطرهای کره منطبق است. درون این سطح باری وجود ندارد. پتانسیل الکتریکی در مرکز کره کدام است؟

(۱) صفر

V_0 (۲)

$\frac{1}{3} V_0$ (۳)

$\frac{1}{2} V_0$ (۴)

- ۱۸- پتانسیل الکتریکی روی سطح یک پوسته کروی رسانا به شعاع R برابر $V(\theta) = V_0 \sin^2 \frac{\theta}{2}$ است. مبدأ مختصات منطبق بر مرکز پوسته و θ زاویه با محور Z است. پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای به مختصات کروی (r, θ) در داخل پوسته کدام است؟

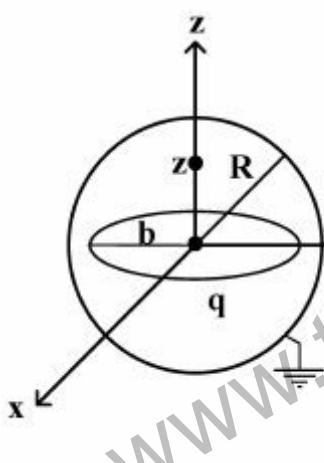
(۱) صفر

$$\frac{V_0 r}{2} \cos \theta \quad (2)$$

$$V_0 \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3)$$

$$\frac{V_0}{2} \left(1 - \frac{r}{R} \cos \theta \right) \quad (4)$$

- ۱۹- یک پوسته کروی رسانا به شعاع R در پتانسیل صفر نگه داشته شده است. مبدأ مختصات در مرکز کره قرار دارد. مطابق شکل، درون این کره یک حلقه باردار به شعاع b ($b < R$) و بار q که به صورت یکنواخت بر روی محیط آن توزیع شده است، هم‌مرکز با کره (در صفحه xy) قرار دارد. پتانسیل الکتریکی درون کره در نقطه‌ای روی محور Z کدام است؟



$$\phi(z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{z^2 + b^2}} - \frac{R}{\sqrt{b^2 z^2 + R^2}} \right] \quad (1)$$

$$\phi(z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{b}{R\sqrt{z^2 + b^2}} - \frac{b}{\sqrt{b^2 z^2 + R^2}} \right] \quad (2)$$

$$\phi(z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{b}{R\sqrt{z^2 + b^2}} - \frac{R}{\sqrt{b^2 z^2 + R^2}} \right] \quad (3)$$

$$\phi(z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{z^2 + b^2}} - \frac{b}{\sqrt{b^2 z^2 + R^2}} \right] \quad (4)$$

- ۲۰- یک خط بار نامتناهی با توزیع بار یکنواخت در فضای سه بعدی موازی محور Z قرار دارد و در نقطه (ρ', ϕ') از صفحه $x-y$ عبور می‌کند.تابع گرین معادله لابلاس در مختصات استوانه‌ای (ρ, ϕ, z) کدام است؟

$$\frac{1}{\sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\phi - \phi')}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4\pi} \ln \left| \rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \sin(\phi - \phi') \right| \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \sin(\phi - \phi')}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4\pi} \ln \left| \rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\phi - \phi') \right| \quad (4)$$

- ۲۱- یک پوسته استوانه‌ای به شعاع R و طول L با دو قاعده رسانا که در پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده‌اند در نظر بگیرید. در دستگاه مختصاتی که مبدأ آن واقع بر یک قاعده و محور z آن منطبق بر محور استوانه است، پتانسیل الکتریکی روی سطح جانبی پوسته با $V(\phi, z)$ داده شده است. قاعده دیگر پوسته در $z = L$ واقع است. کدام عبارت ممکن است پتانسیل الکتریکی نقطه دلخواهی داخل پوسته به مختصات استوانه‌ای (ρ, ϕ, z) را به درستی بیان کند؟ ($K_m(x)$ و $I_m(x)$ توابع بسل اصلاح شده هستند).

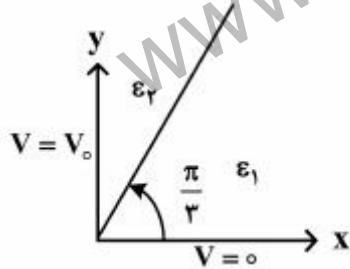
$$V(\rho, \phi, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left(A_{mn} e^{im\phi} \sin \frac{n\pi z}{L} I_m \left(\frac{n\pi \rho}{L} \right) \right) \quad (1)$$

$$V(\rho, \phi, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left((A_{mn} \sin m\phi + B_{mn} \cos m\phi) \sin \frac{n\pi z}{L} K_m \left(\frac{n\pi \rho}{L} \right) \right) \quad (2)$$

$$V(\rho, \phi, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left(A_{mn} e^{im\phi} \sin \frac{n\pi z}{L} K_m \left(\frac{n\pi \rho}{L} \right) \right) \quad (3)$$

$$V(\rho, \phi, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left((A_{mn} \sin m\phi + B_{mn} \cos m\phi) \sin \frac{n\pi z}{L} I_m \left(\frac{n\pi \rho}{L} \right) \right) \quad (4)$$

- ۲۲- مطابق شکل، در دستگاه مختصات استوانه‌ای، دو نیم‌صفحة رسانای $\phi = 0$ و $\phi = \frac{\pi}{2}$ به ترتیب به پتانسیل‌های الکتریکی صفر و V_0 وصل شده‌اند. ناحیه $\frac{\pi}{3} \leq \phi < \frac{\pi}{2}$ با غایقی به گذردهی ϵ_1 و ناحیه $\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{2\pi}{3}$ با عایق دیگری به گذردهی ϵ_2 پر شده است. پتانسیل الکتریکی در نقطه دلخواهی مانند ϕ از ناحیه با گذردهی ϵ_1 کدام است؟



$$2V_0 \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2} \quad (1)$$

$$\frac{6V_0}{\pi} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2} \phi \quad (2)$$

$$\frac{6V_0}{\pi} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2} \phi + 2V_0 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2} \quad (3)$$

$$\frac{6V_0}{\pi} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2} \phi + 2V_0 \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2} \quad (4)$$

- ۲۳- یک کره فلزی به شعاع a توسط یک پوسته کروی نازک فلزی هم مرکز به شعاع b ($b > a$) احاطه شده است. فضای میان کره و پوسته با ماده‌ای پر شده است که ضریب رسانندگی الکتریکی آن تابع خطی از میدان الکتریکی است یعنی $\sigma = kE$ که در آن k عددی ثابت است. اگر اختلاف پتانسیل V بین کره و پوسته ایجاد شود، جریان الکتریکی میان کره و پوسته کدام است؟

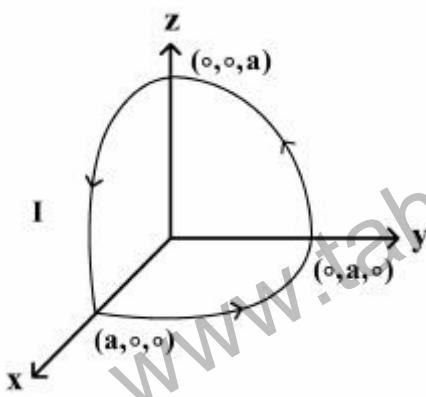
$$4\pi k \left(\frac{V}{\ln(b/a)} \right)^r \quad (1)$$

$$2\pi k \left(\frac{V^r}{\ln(b/a)} \right) \quad (2)$$

$$4\pi kab \left(\frac{V}{b-a} \right)^r \quad (3)$$

$$2\pi ka \frac{V^r}{(b-a)} \quad (4)$$

- ۲۴- مطابق شکل یک حلقه رسانا از سه قوس 90° درجه‌ای دایره‌ای شکل به شعاع a و واقع در صفحات xy ، xz و yz تشکیل شده است. از حلقه جریان I عبور می‌کند و در معرض میدان مغناطیسی یکنواخت $\hat{B} = B_0 \hat{i}$ قرار دارد. گشتاور نیروی وارد بر این حلقه جریان کدام است؟



(۱) صفر

$$\frac{1}{4} B_0 I \pi a^r (\hat{i} - \hat{j}) \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} B_0 I \pi a^r (\hat{i} - \hat{k}) \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} B_0 I \pi a^r (\hat{j} - \hat{k}) \quad (4)$$

- ۲۵- اگر میدان الکتریکی مستقل از زمان و میدان مغناطیسی در همه زمان‌ها متناهی باشد، کدام رابطه همواره درست است؟

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} \quad (4)$$

- ۲۶- یک سیم مستقیم نامتناهی در راستای محور z را در نظر بگیرید. در لحظه $t = 0$ جریان الکتریکی I در سیم ایجاد می‌شود و برای $t \geq 0$ برقرار می‌ماند. پتانسیل برداری $\vec{A}(p, t)$ در نقطه‌ای به فاصله p از سیم در لحظه t بر حسب سرعت نور، c ، و سایر کمیت‌های معلوم کدام است؟

$$(1) \text{ برای } t < \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cosh^{-1}\left(\frac{ct}{p}\right) \hat{z} \text{ برابر } \frac{p}{c} \text{ است.}$$

$$(2) \text{ برای } t < \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sinh^{-1}\left(\frac{ct}{p}\right) \hat{z} \text{ برابر } \frac{p}{c} \text{ است.}$$

$$(3) \text{ برای } t < \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cosh^{-1}\left(\frac{ct}{p}\right) \hat{p} \text{ برابر } \frac{p}{c} \text{ است.}$$

$$(4) \text{ برای } t < \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sinh^{-1}\left(\frac{ct}{p}\right) \hat{p} \text{ برابر } \frac{p}{c} \text{ است.}$$

- ۲۷- کدام عبارت نادرست است؟

$$(1) \text{ از این‌جایی که یک میدان الکترومغناطیسی در حجم } V \text{ از خلاء برابر } \frac{\epsilon_0}{2} \int_V (E^r + c^r B^r) d^3x \text{ است.}$$

$$(2) \text{ بردار پوینتیل یک میدان الکترومغناطیسی در خلاء برابر } \vec{E} \times \vec{B} \text{ است.}$$

$$(3) \text{ تکانه خطی یک میدان الکترومغناطیسی در حجم } V \text{ از خلاء برابر } \int_V (\vec{E} \times \vec{B}) d^3x \text{ است.}$$

$$(4) \text{ تکانه زاویه‌ای یک میدان الکترومغناطیسی در حجم } V \text{ از خلاء برابر } \int_V \vec{x} \times (\vec{E} \times \vec{B}) d^3x \text{ است.}$$

- ۲۸- متوسط توان تابشی بر واحد زاویه فضایی بر حسب عناصر تائیسور چهارقطبی Q_{ij} یک توزیع بار الکتریکی نوسان کننده با رابطه

$$\hat{n} = (n_1, n_2, n_3) \quad Q_i = \sum_{j=1}^3 Q_{ij} n_j \quad \frac{dP}{d\Omega} = \frac{c^r z_0}{1152\pi^r} k^r |\hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{Q})|^r$$

بردار مکان یکه نقطه‌ای از فضا است. اگر $Q_{11} = -2Q_{22} = -2Q_{33}$ و $Q_{i \neq j} = 0$ باشد، توان تابشی کل در تمام جهات کدام است؟ (z_0 و k مقادیر ثابتی هستند).

$$(1) \frac{c^r z_0 k^r Q_0^r}{1440\pi}$$

$$(2) \frac{c^r z_0 k^r Q_0^r}{1152\pi^r}$$

$$(3) \frac{c^r z_0 k^r Q_0^r}{960\pi}$$

$$(4) \frac{c^r z_0 k^r Q_0^r}{512\pi^r}$$

- ۲۹- نیروی وارد بر ذرهای به جرم m و بار q در میدان الکتریکی \vec{E} و میدان مغناطیسی \vec{B} برابر

$$\left(\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) \text{ است. کدام رابطه درست است؟} \quad \vec{F} = q(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\frac{d}{dt}(mv^r\gamma) = q\vec{E}.\vec{v} \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt}(mc^r\gamma + mv^r\gamma) = q\vec{E}.\vec{v} \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt}(mc^r\gamma) = q\vec{E}.\vec{v} \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt}(mc^r\gamma - mv^r\gamma) = q\vec{E}.\vec{v} \quad (4)$$

- ۳۰- دو چارچوب لخت K و K' در نظر بگیرید که K' در جهت $x+V$ با سرعت V نسبت به K در حرکت است. داریم

با $x'^\mu = \Lambda_v^\mu x^\nu$ که Λ در زیر داده شده است. چهاربُردار پتانسیل برای بار نقطه‌ای q ساکن در چارچوب K

داده شده است. \vec{E} بردار میدان الکتریکی در چارچوب K' کدام است؟ $A^\mu = (A^0 = \phi = \frac{q}{r}, \vec{A} = 0)$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$$\vec{E}' = \frac{q}{r^r}(\gamma x, y, z) \quad (1)$$

$$\vec{E}' = \frac{q}{r^r}(x, \gamma y, \gamma z) \quad (2)$$

$$\vec{E}' = \frac{q}{r^r}(\gamma x, \gamma\beta y, \gamma\beta z) \quad (3)$$

$$\vec{E}' = \frac{q}{r^r}(\gamma\beta x, \gamma y, \gamma z) \quad (4)$$

- ۳۱- تعداد حالت‌های قابل دسترس یک دستگاه ترمودینامیکی بسته شامل N ذره در حجم V به صورت

$$T \cdot V > V_0 \text{ و } g(N, V) = \left(\frac{V}{V_0} \right)^N \Omega(U, N, V) = f(U) \cdot g(N, V)$$

باشد معادله حالت دستگاه کدام است؟

$$PV = Nk_B T \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) \quad (1)$$

$$PV = \gamma Nk_B T \left(\frac{V}{V_0} \right) \quad (2)$$

$$PV = Nk_B T \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) \quad (3)$$

$$PV = \gamma Nk_B T \left(\frac{V}{V_0} \right)^N \quad (4)$$

- ۳۲- آنتروپی یک مول گاز ایده‌آل تک اتمی با جرم مولی M_1 و دمای T_1 با آنتروپی یک مول گاز ایده‌آل تک اتمی با

جرم مولی M_2 و دمای T_2 برابر است. اگر حجم دو گاز با هم برابر باشد، کدام رابطه درست است؟

$$\frac{M_1}{M_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad (1)$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (2)$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad (3)$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{T_2}{T_1} \quad (4)$$

- ۳۳- آنتروپی یک دستگاه ترمودینامیکی $S(N, V, U)$ است. کدام رابطه درست است؟

U, T, P, V, N و μ به ترتیب تعداد ذرات، حجم، فشار، دما، انرژی داخلی و پتانسیل شیمیایی دستگاه است.

$$U + PV - TS + N\mu = 0 \quad (1)$$

$$U - PV - TS - N\mu = 0 \quad (2)$$

$$U + PV - TS - N\mu = 0 \quad (3)$$

$$U + PV + TS - N\mu = 0 \quad (4)$$

- ۳۴- انرژی کل یک نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی به جرم m , ضریب سختی k و دامنه A می‌تواند بین E و $E+dE$ تغییر کند. مساحت فضای فاز قابل دسترس این نوسانگر کدام است؟

$$4\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Delta E \quad (1)$$

$$2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Delta E \quad (2)$$

$$2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \frac{(\Delta E)^2}{kA^2} \quad (3)$$

$$4\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \frac{(\Delta E)^2}{kA^2} \quad (4)$$

- ۳۵- یک دستگاه ترمودینامیکی شامل N ذره بدون هم‌کنش در مجاورت با چشمه حرارتی به دمای T است. هر ذره می‌تواند در حالت با انرژی E یا حالت با انرژی $E + \Delta E$ باشد. ظرفیت گرمایی در حجم ثابت این دستگاه در حد دماهای بالا $E, \Delta E \ll k_B T$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} N k_B \left(\frac{\Delta E}{k_B T} \right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} N k_B \left(\frac{\Delta E}{k_B T} \right)^2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} N k_B \left(\frac{\Delta E}{k_B T} \right)^3 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} N k_B \left(\frac{\Delta E}{k_B T} \right)^4 \quad (4)$$

- ۳۶- نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی هر یک به جرم m , بار الکتریکی q و بسامد زاویده‌ای ω در نظر بگیرید.

نوسانگرها با هم برهم‌کنش ندارند. اگر $Q_N = \left(\frac{1}{h} \iint e^{-\beta H(p, x)} dp dx \right)^N$ تابع پارش این نوسانگرها در غیاب

میدان الکتریکی باشد، تابع پارش آن‌ها در حضور میدان الکتریکی یکنواخت E کدام است؟ (نیروی وارد بر هر

نوسانگر در میدان الکتریکی را به صورت qE در نظر بگیرید).

$$Q_N e^{\frac{+N\beta q^2 E^2}{m\omega^2}} \quad (1)$$

$$Q_N e^{\frac{+N\beta q^2 E^2}{m\omega^2}} \quad (2)$$

$$Q_N e^{\frac{-N\beta q^2 E^2}{m\omega^2}} \quad (3)$$

$$Q_N e^{\frac{-N\beta q^2 E^2}{m\omega^2}} \quad (4)$$

- ۳۷- تابع پارش یک دستگاه ترمودینامیکی شامل N ذره گاز در دمای T و حجم V که می‌توان آن‌ها را فرانسیبیتی در

$$Q_N(V, T) = \frac{1}{N!} \left(\frac{8\pi V}{h c} \left(\frac{k_B T}{h c} \right)^{\frac{3}{2}} \right)^N$$

نظر گرفت به صورت

$$\mu = k_B T \ln \left(\frac{N}{8\pi} \left(\frac{hc}{k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{V^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (1)$$

$$\mu = k_B T \ln \left(\frac{N}{8\pi V} \left(\frac{hc}{k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \right) \quad (2)$$

$$\mu = k_B T \ln \left(\frac{N}{8\pi} \left(\frac{hc}{k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{V^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (3)$$

$$\mu = k_B T \ln \left(\frac{N}{8\pi} \left(\frac{hc}{k_B T V} \right)^{\frac{3}{2}} \right) \quad (4)$$

- ۳۸- نسبت تعداد میکروحالتهای دو ذره تمیزناپذیر فرمیونی به دو ذره تمیز ناپذیر بوزونی در اشغال سه تراز انرژی کدام است؟ (دروهر دو حالت ذرات را بدون اسپین فرض کنید).

۱

۲

۳

۴

- ۳۹- یک ستاره نوترونی را متشکل از N نوترون بدون برهم‌کنش درنظر بگیرید. اگر T_F دمای فرمی ستاره و U انرژی داخلی ستاره باشد، کدام رابطه درست است؟

$$U = \frac{3}{5} N k_B T_F \quad (1)$$

$$U = \frac{3}{4} N k_B T_F \quad (2)$$

$$U = \frac{5}{3} N k_B T_F \quad (3)$$

$$U = \frac{4}{3} N k_B T_F \quad (4)$$

- ۴۰- تعداد فوتون‌ها در کواکی به حجم V و دمای T برابر $N = \frac{V}{hc} k_B T$ است که k_B و c ، h به ترتیب ثابت بولتزمن، سرعت نور و ثابت پلانک است. دمای متوسط عالم در حال حاضر $K = 2.7$ است. به طور متوسط چند فوتون در هر سانتی متر مکعب عالم وجود دارد؟

$$4 \times 10^{11} \quad (1)$$

$$4 \times 10^8 \quad (2)$$

$$4 \times 10^5 \quad (3)$$

$$4 \times 10^2 \quad (4)$$

- ۴۱- هامیلتونی یک ذره آزاد به جرم m در یک بعد ($-\infty < x < +\infty$) به صورت $H = \frac{P_x^2}{2m}$ است. حاصل $\text{Tr} \left(e^{-\frac{H}{k_B T}} \right)$ کدام است؟

$$\frac{1}{L} \sqrt{\frac{mk_B T}{2\pi\hbar^2}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{L} \left(\frac{mk_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$L \sqrt{\frac{mk_B T}{2\pi\hbar^2}} \quad (3)$$

$$L \left(\frac{mk_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

- ۴۲- تابع توزیع احتمالی تندی ماکسولی ذرات در دمای T به صورت $P(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi k_B T}} e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$ است.

حاصل عبارت $\langle v \rangle = \frac{1}{v} \int_0^\infty v P(v) dv$ کدام است؟

$$\frac{\lambda}{\pi} \quad (1)$$

$$\frac{4}{\sqrt{\pi}} \quad (2)$$

$$\frac{4}{\pi} \quad (3)$$

$$\frac{\lambda}{\sqrt{\pi}} \quad (4)$$

۴۳ - انرژی یک گاز فوتونی در کواکی به حجم V و دمای T برابر $U = \frac{\pi^r}{15} \frac{(k_B T)^r}{(hc)^r} V$ است. آنتروپی S و پتانسیل μ شیمیایی این گاز کدام است؟

$$\mu = \frac{8\pi^5}{45} \frac{(k_B T)^r}{(hc)^r} V \quad , \quad S = \frac{32\pi^5}{45} V \left(\frac{k_B T}{hc} \right)^r k_B \quad (1)$$

$$\mu = \frac{\pi^5}{45} \frac{(k_B T)^r}{(hc)^r} V \quad , \quad S = \frac{4\pi^5}{45} V \left(\frac{k_B T}{hc} \right)^r k_B \quad (2)$$

$$\mu = 0 \quad , \quad S = \frac{4\pi^5}{45} V \left(\frac{k_B T}{hc} \right)^r k_B \quad (3)$$

$$\mu = 0 \quad , \quad S = \frac{32\pi^5}{45} V \left(\frac{k_B T}{hc} \right)^r k_B \quad (4)$$

۴۴ - چگالی حالتها برای ذرات آزاد غیرنسبیتی به جرم m و اسپین $\frac{1}{2}$ محصور در حجم V و با انرژی بین ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ برابر با

$$D(\epsilon) d\epsilon = \frac{2V}{(2\pi)^r} \left(\frac{mk_B T}{\hbar^r} \right)^r \sqrt{\epsilon} d\epsilon \quad (1)$$

$$\frac{2}{\pi^r} \left(\frac{mk_B T}{\hbar^r} \right)^r \int_0^\infty \frac{x^r dx}{e^{(x^r - \mu)/k_B T} + 1} \quad (2)$$

$$\frac{2}{\pi^r} \left(\frac{mk_B T}{\hbar^r} \right)^r \frac{k_B T}{\mu} \int_0^\infty \frac{x dx}{e^{(x^r - \mu)/k_B T} + 1} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\pi^r} \left(\frac{mk_B T}{\hbar^r} \right)^r \frac{k_B T}{\mu} \int_0^\infty \frac{x^r dx}{e^{(x^r - \mu)/k_B T} + 1} \quad (4)$$

۴۵ - یک دستگاه ترمودینامیکی شامل چهار ذره در دمای T است. این ذرات با هم برهمنش دارند به طوری که انرژی دستگاه یکی از مقادیر $-J(s_1 s_2 + s_2 s_3 + s_3 s_4 + s_4 s_1)$ به ازای $s_i = -1, +1$ ($i = 1, 2, 3, 4$) است. تابع پارش این دستگاه کدام است؟

$$(\beta = \frac{1}{k_B T})$$

$$2^r (\cosh \beta J)^r \quad (1)$$

$$2^r (\cosh \beta J)^r \quad (2)$$

$$2^r (\cosh \beta J)^r \quad (3)$$

$$2^r (\cosh \beta J)^r \quad (4)$$

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com

www.tahsilatetakmili.com